UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA CENTRO DE ENERGIAS ALTERNATIVAS E RENOVÁVEIS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

FERNANDA RODRIGUES PAULO

CONVERSOR CC-CC SEPIC INTERLEAVED TRIFÁSICO COM INDUTORES DE ENTRADA ACOPLADOS

JOÃO PESSOA

2018

FERNANDA RODRIGUES PAULO

CONVERSOR CC-CC SEPIC INTERLEAVED TRIFÁSICO COM INDUTORES DE ENTRADA ACOPLADOS

Trabalho de conclusão de curso a ser apresentado como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista à coordenação do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba.

ORIENTADOR: PROF. DR. ROMERO LEANDRO ANDERSEN

JOÃO PESSOA

2018

P331c Paulo, Fernanda Rodrigues.

Conversor CC-CC SEPIC Interleaved Trifásico com Indutores de Entrada Acoplados / Fernanda Rodrigues Paulo. - João Pessoa, 2018. 111 f. : il.

Orientação: Romero Leandro Andersen. Monografia (Graduação) - UFPB/CEAR.

1. Conversor SEPIC. 2. Conversores intercalados. 3. Conversão de energia CC-CC. 4. Indutores acoplados. 5. Conversores trifásicos. I. Andersen, Romero Leandro. II. Título.

UFPB/BC.

FERNANDA RODRIGUES PAULO

CONVERSOR CC-CC SEPIC INTERLEAVED TRIFÁSICO COM INDUTORES DE ENTRADA ACOPLADOS

Trabalho de conclusão de curso a ser apresentado como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista à coordenação do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba.

Aprovado em: ____/____/____

Prof. Dr. Romero Leandro Andersen (Orientador) Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Alexandre Cézar de Castro (Avaliador) Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Carlos Alberto de Souza Filho (Avaliador) Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Juan Moises Mauricio Villanueva (Avaliador) Universidade Federal da Paraíba

AGRADECIMENTOS

A Deus por guiar meus passos.

Aos meus pais por sempre acreditarem e confiarem em mim. Agradeço por sempre quererem me proporcionar tudo de melhor, pela minha educação e por tantos ensinamentos. Obrigada pelo amor e pela paciência. Também ao meu irmão pelas conversas diárias, pelas risadas sem sentido e pelo carinho.

A Samuel por todo o amor. Agradeço por ter deixado cada dia mais fácil de caminhar, por confiar e acreditar em mim, mesmo quando nem eu mesma conseguia. Obrigada por sonhar junto comigo e por me incentivar a ser sempre melhor.

Ao professor Romero Andersen, por quem tenho admiração, por ter aceitado ser meu orientador, pela amizade, por confiar no meu trabalho e por tantos ensinamentos.

A Elayne, minha grande amiga, por ter sido porta de tantas coisas boas na minha vida. Obrigada por todas as conversas e conselhos. Também ao meu amigo Jordan por comemorar tão genuinamente pelas minhas vitórias, sempre desejando que eu cresça e me destaque, na certeza de que um dia serei recompensada pelos meus esforços.

Ao professor Alexandre por comemorar as minhas vitórias, por sofrer os meus fracassos e por acreditar em mim.

Aos técnicos Altemir e Elder pelo suporte na parte experimental deste trabalho.

A todos aqueles que, mesmo de maneira indireta, contribuíram na minha vida durante esse tempo e torceram pelo meu sucesso: Camila e Melissa, pela amizade verdadeira; Bruno, por todo o incentivo; André e Hélio, pelos auxílios e conversas; Bebeto, pela amizade e pelos bons cafés.

RESUMO

Neste trabalho, propõe-se uma versão para o conversor CC-CC SEPIC *interleaved* trifásico com os indutores de entrada acoplados e isolado por três transformadores monofásicos. Obtém-se uma redução no número de elementos magnéticos ao utilizar um único núcleo para o indutor. Além disso, obtém-se também uma reduzida ondulação de corrente na entrada. Inicialmente, apresenta-se a análise do conversor para as diversas formas de funcionamento, com demonstração das equações matemáticas e apresentação das formas de onda teóricas. O efeito do fator de acoplamento na ondulação de corrente e no modo de operação do conversor é avaliado. Em seguida, discute-se o dimensionamento dos componentes para um exemplo de projeto e implementa-se a simulação do conversor para comprovar a análise realizada. Finalmente, expõe-se os resultados experimentais obtidos para um protótipo projetado para 500 W, 80 V na entrada, 400 V na saída, frequência de comutação de 40 kHz e razão cíclica de 0,8.

Palavras-chave: Conversor SEPIC. Conversores intercalados. Conversão de energia CC-CC. Indutores acoplados. Conversores trifásicos.

ABSTRACT

In this work, a three-phase interleaved SEPIC DC-DC converter with coupled input inductors and isolated by three single phase transformers is proposed. A reduced number of magnetic components is achieved when a single core is used for the inductor. In addition, a reduced input current ripple is obtained. Initially, the analysis of the converter is presented for the several operation modes, including the demonstration of mathematical equations and the presentation of the main theoretical waveforms. The effect of the coupling factor in the current ripple and in the operation mode is evaluated. Then, the calculations of the components variables are discussed for a design example and the converter is simulated to validate the analysis. Finally, the obtained experimental results are presented for a prototype designed for 500 W, 80 V in the input, 400 V in the output, switching frequency of 40 kHz and duty cycle of 0.8.

Keywords: SEPIC converter. Interleaved converters. DC-DC power conversion. Coupled Inductors. Three-phase converters.

LISTRA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Circuito do SEPIC original22
Figura 2 - Principais formas de onda teóricas do conversor SEPIC. (a) MCC (b) MCD26
Figura 3 - Circuito proposto para o conversor CC-CC SEPIC interleaved trifásico27
Figura 4 - Formas de onda teóricas do Sepic Interleaved Trifásico27
Figura 5 - Circuito do conversor CC-CC SEPIC interleaved trifásico com indutores
acoplados
Figura 6 - Estrutura do indutor acoplado no conversor
Figura 7 - Versão não isolada do conversor utilizada para análise
Figura 8 - Etapas de operação para região R1 no MCC. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa.
(c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa
Figura 9 - Formas de onda teóricas para o conversor na MCC da região R132
Figura 10 - Fluxos nos indutores acoplados quando há aplicação de corrente em apenas uma
bobina
Figura 11 - Etapas de operação da sub-região R1-a no MCD. (a) Primeira etapa. (b) Segunda
etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa.
(h) Oitava etapa. (i) Nona etapa
Figura 12 - Principais formas de onda teóricas da sub-região R1-a no MCD38
Figura 13 - Etapas de operação da sub-região R1-b no MCD. (a) Primeira etapa. (b) Segunda
etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa.
(h) Oitava etapa. (i) Nona etapa
Figura 14 - Principais formas de onda teóricas da sub-região R1-b no MCD40
Figura 15 - Etapas de operação da sub-região R1-c no MCD. (a) Primeira etapa. (b) Segunda
etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa.
(h) Oitava etapa. (i) Nona etapa41
Figura 16 - Principais formas de onda teóricas da sub-região R1-c no MCD42
Figura 17 - Etapas de operação para região R2 no MCC. (a) Primeira etapa. (b) Segunda
etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa53
Figura 18 - Principais formas de onda para região R2 no MCC.
Figura 19 - Etapas de operação para a sub-região R2-a no MCD. (a) Primeira etapa. (b)
Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g)
Sétima etapa. (h) Oitava etapa. (i) Nova etapa
Figura 20 - Principais formas de onda teóricas da sub-região R2-a58

Figura 21 - Etapas de operação para a sub-região R2-b no MCD. (a) Primeira etapa. (b)
Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g)
Sétima etapa. (h) Oitava etapa. (i) Nova etapa
Figura 22 - Principais formas de onda teóricas para o MCD da sub-região R2-b 60
Figura 23 - Etapas de operação para região R3 no MCC. (a) Primeira etapa. (b) Segunda
etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa 67
Figura 24 - Principais formas de onda teóricas para o MCC da região R3 68
Figura 25 - Etapas de operação para região R3 no MDC. (a) Primeira etapa. (b) Segunda
etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa.
(h) Oitava etapa. (i) Nova etapa
Figura 26 - Principais formas de onda teóricas para região R3 no MCD72
Figura 27 - Ondulação da corrente de entrada em função de k (Vi = 80 V, f = 40 kHz, L = 5
mH, $R_0 = 320 \ \Omega$)
Figura 28 - Fluxograma para cálculo de L e k 79
Figura 29 - Esquemático de simulação do conversor
Figura 30 - Tensão e corrente simuladas no indutor acoplado para uma fase
Figura 31 - Tensão e corrente simuladas na chave para uma fase
Figura 32 - Tensão e corrente simuladas no diodo para uma fase
Figura 33 - Tensão de saída e corrente de entrada simuladas
Figura 34 - Núcleo e carretel do tipo E
Figura 35 - Circuito térmico equivalente de um componente
Figura 36 - Magnéticos construídos
Figura 37 - Circuito implementado no protótipo
Figura 38 - Foto do protótipo
Figura 39 - Corrente de entrada obtida através do experimento
Figura 40 - Tensão experimental de saída do conversor
Figura 41 - Formas de onda experimentais para as correntes no indutor
Figura 42 - Correntes no indutor simuladas para $k_{12} = 0,936$, $k_{23} = 0,938$, $k_{31} = 0,860$
Figura 43 - Formas de onda experimentais para as tensões no indutor acoplado
Figura 44 - Tensão experimental sobre os MOSFETs99
Figura 45 - Corrente experimental nos diodos 100
Figura 46 - Tensão reversa experimental nos diodos 100
Figura 47 - Curva de rendimento do conversor 101

Quadro 1 - Lista de componentes do circuito de comando	95
Quadro 2 - Lista de componentes do circuito de potência.	96

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Principais equações do conversor SEPIC	25
Tabela 2 - Principais equações do Sepic Interleaved Trifásico	28
Tabela 3 - Limite de descontinuidade em função de R _{crítico}	52
Tabela 4 - Parâmetros iniciais do conversor para o exemplo numérico	77
Tabela 5 - Especificações iniciais para o dimensionamento das variáveis do projeto) físico do
indutor	
Tabela 6 - Parâmetros efetivos do núcleo utilizado (dois E-55 em paralelo)	83
Tabela 7 - Fio esmaltado AWG 22	84
Tabela 8 - Especificações iniciais para o dimensionamento das variáveis do projeto	físico dos
transformadores	86
Tabela 9 - Parâmetros efetivos do núcleo E-42/15	86
Tabela 10 - Características do MOSFET SPA1N80C3	
Tabela 11 - Características do diodo IDH02G120C5	
Tabela 12 - Valores experimentais das indutâncias próprias do indutor acoplado	93
Tabela 13 - Valores medidos e calculados para o acoplamento do indutor	94
Tabela 14 - Medições no ensaio de rendimento	

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 Objetivos do Trabalho	
2 O CONVERSOR SEPIC	
2.1 Análise do Conversor CC-CC Sepic Interleaved Trifásico se	em Indutores Acoplados26
3 ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC SEPIC INTERLEA	VED TRIFÁSICO COM
INDUTORES DE ENTRADA ACOPLADOS	
3.1 Análise da Região R1 no MCC	
3.1.1 Etapas de Operação	
3.1.2 Análise Matemática	
3.1.2.1 Ganho Estático	
3.1.2.2 Variação de Corrente no Indutor Acoplado	
3.1.2.3 Ondulação de Corrente na Entrada	
3.2 Análise da Região R1 no MCD	
3.2.1 Etapas de Operação	
3.2.1.1 Sub-Região R1-a	
3.2.1.2 Sub-Região R1-b	
3.2.1.3 Sub-Região R1-c	41
3.2.2 Análise Matemática	43
3.2.2.1 Tensões no Indutor Acoplado	43
3.2.2.2 Variação de Corrente no Indutor Acoplado	45
3.2.2.3 Intervalos de Tempo	47
3.2.2.3.1 Sub-Região R1-a	47
3.2.2.3.2 Sub-Região R1-b	48
3.2.2.3.3 Sub-Região R1-c	49
3.2.2.4 Ganho Estático	
3.2.2.4.1 Sub-Região R1-a	50

SUMÁRIO

3.2.2.4.2 Sub-Região R1-b	
3.2.2.4.3 Sub-Região R1-c	
3.2.2.5 Ondulação de Corrente na Entrada	
3.3 Limite de Descontinuidade da Região R1	
3.4 Análise da Região R2 no MCC	
3.4.1 Etapas de Operação	
3.4.2 Análise Matemática	
3.4.2.1 Ganho Estático	
3.4.2.2 Variação de Corrente no Indutor Acoplado	
3.4.2.3 Ondulação de Corrente na Entrada	
3.5 Análise da Região R2 no MCD	
3.5.1 Etapas de Operação	
3.5.1.1 Sub-Região R2-a	
3.5.1.2 Sub-Região R2-b	59
3.5.2 Análise Matemática	
3.5.2.1 Variação de Corrente no Indutor Acoplado	
3.5.2.2 Intervalos de Tempo	
3.5.2.2.1 Sub-Região R2-a	
3.5.2.2.2 Sub-Região R2-b	
3.5.2.3 Ganho Estático	
3.5.2.4 Ondulação da Corrente de Entrada	
3.6 Limite de Descontinuidade da Região R2	
3.7 Análise da Região R3 no MCC	
3.7.1 Etapas de Operação	66
3.7.2 Análise Matemática	
3.7.2.1 Ganho Estático	
3.7.2.2 Variação de Corrente no Indutor Acoplado	

3.7.2.3 Ondulação de Corrente na Entrada	
3.8 Análise da Região R3 no MCD	70
3.8.1 Etapas de Operação	70
3.8.2 Análise Matemática	71
3.8.2.1 Variações de Corrente no Indutor Acoplado	71
3.8.2.2 Intervalos de Tempo	73
3.8.2.3 Ganho Estático	74
3.8.2.4 Ondulação da Corrente de Entrada	74
3.9 Limite de Descontinuidade da Região R3	74
4 DIMENSIONAMENTO E SIMULAÇÃO DO CONVERSOR	R NO MCC DA REGIÃO
R3	77
4.1 Exemplo Numérico	77
4.2 Simulações do Conversor	79
4.3 Projeto Físico do Indutor Acoplado	
4.3.1 Escolha do Núcleo	
4.3.2 Cálculo do Número de Espiras	
4.3.3 Cálculo do Entreferro	
4.3.4 Dimensionamento dos Condutores	
4.3.5 Elevação de Temperatura	
4.3.6 Possibilidade de Execução	
4.4 Projeto Físico dos Transformadores	
4.4.1 Escolha do Núcleo	86
4.4.2 Cálculo do Número de Espiras	
4.4.3 Dimensionamento dos Condutores	
4.4.4 Possibilidade de Execução	
4.5 Perdas nos Semicondutores	
4.5.1 Perdas em um MOSFET	

4.5.2 Perdas em um Diodo	
4.6 Rendimento Teórico do Conversor	
4.7 Cálculo Térmico nos Semicondutores	
4.7.1 Cálculo Térmico no MOSFET	
4.7.2 Cálculo Térmico no Diodo	
5 IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS EXPERIMENTAIS	
5.1 Projeto dos Magnéticos	
5.2 Protótipo	
5.3 Resultados Experimentais	
5.3.1 Ensaio de Rendimento	
6 CONCLUSÃO	
REFERÊNCIAS	
APÊNDICE A	
APÊNDICE B	

1 INTRODUÇÃO

A demanda por eletricidade tem crescido cada vez mais e o interesse em fontes alternativas de energia se tornou evidente em um cenário global de fontes não renováveis limitadas e a preocupação com a sustentabilidade. Nos últimos anos, são notórias as pesquisas em tecnologias que envolvem a utilização de painéis fotovoltaicos e turbinas eólicas. Entretanto, a característica da saída dessas fontes de energia não é geralmente apropriada para alimentar a maior parte das cargas diretamente e o uso de conversores CC-CC se torna necessário.

Segundo Martins e Barbi (2011), os conversores CC-CC são sistemas que possuem como objetivo controlar o fluxo de energia elétrica da fonte de entrada para a fonte de saída. Neles, a tensão contínua da saída pode ser maior ou menor em magnitude, com polaridade oposta ou igual à da entrada, com ou sem isolação entre as duas partes.

Em painéis fotovoltaicos, por exemplo, a tensão de saída é baixa e deve ser elevada para que possa ser integrado a rede. Além disso, para realizar o rastreamento do ponto máximo de potência de um painel, o conversor deve possuir uma corrente de entrada contínua (MORADPOUR, ARDI e TAVAKOLI, 2018).

Em geral, as fontes renováveis possuem uma natureza intermitente, o que torna necessária a utilização de fontes de energia suplementares, como baterias (HAGHIGHIAN, TOHIDI, *et al.*, 2017). Dessa forma, o conversor CC-CC deve ser capaz de operar dentro das variações e fornecer uma tensão constante dentro dos limites da bateria. (KIRCIOGLUS, ÜNLÜ e ÇAMUR, 2016).

Alta eficiência é essencial em qualquer aplicação que envolva processamento de potência. A principal razão para isso é a impossibilidade de construir conversores de baixa eficiência que produzam uma potência de saída substancial (ERICKSON e MAKSIMOVIC, 2004). A alta conversão de energia em calor implica em um sistema de resfriamento grande e caro, além de fazer com que os elementos eletrônicos dentro do conversor operem em alta temperatura e reduzindo a confiabilidade do sistema.

O conversor *single-ended primary inductor converter* (SEPIC) foi amplamente utilizado em aplicações com fontes de energia renováveis devido a sua operação como elevador ou abaixador de tensão, tensão de saída não invertida e baixa ondulação da corrente de entrada. (LEE e DO, 2018). O conversor SEPIC, presente na Figura 1, foi originalmente

proposto por Massey e Snyder (1977) como alternativa ao conversor *push-pull* convencional que possuía, inerentemente, característica de fonte de tensão. Ele foi pensado inicialmente para funcionar como elevador em aplicações com alta tensão de saída, em que conversor *push-pull* possuía certas limitações. Outra característica notável do SEPIC foi sua facilidade de obter múltiplas saídas, sendo possível consegui-las ao acrescentar novos estágios com um enrolamento, um diodo e um capacitor para cada nova saída (MARTINS e BARBI, 2011).





Em Oliveira e Silva (2017), o SEPIC original foi utilizado para o rastreamento do ponto máximo de potência de um gerador eólico. Nesse trabalho, a escolha do conversor decorreu devido à característica da corrente de entrada, em que sua baixa ondulação é função do indutor presente no conversor. Para sistemas com bobinas rotatórias, em que o torque é proporcional à corrente fornecida ao conversor, uma corrente pulsada causa problemas com um torque pulsado no eixo (OLIVEIRA e SILVA, 2017).

Já em Yang, *et al.* (2016) uma versão do SEPIC com três níveis foi utilizado para conexão à rede de um sistema fotovoltaico. As razões para utilizar esse conversor foram semelhantes as do trabalho citado anteriormente, entretanto o emprego de mais de um nível visou a redução dos enforços sobre as chaves do circuito.

Sendo a redução da ondulação da corrente de entrada uma das características mais visionadas nas aplicações do SEPIC, torna-se pertinente destacar alguns métodos para obtê-la. Em geral, para reduzir a ondulação de corrente, uma grande indutância pode ser usada. Contudo, essa abordagem aumenta o tamanho do conversor. Outros métodos adotados incluem o emprego de indutores acoplados, como feito por Do (2011) e Lee e Do (2017), ou mesmo através dos conversores intercalados, ou *interleaved*, como feito por Shi et al. (2016). A técnica de *interleaving* consiste na associação de conversores idênticos em paralelo de tal modo que cada fase do conversor opere em seu próprio intervalo de tempo, defasado dos outros ramos, com o mesmo ciclo de trabalho e corrente eficaz (NANDANKAR e ROTHE, 2016). Em geral, o filtro de saída é compartilhado pelas três fases empregadas. Essa técnica

também é utilizada para tornar conversor mais adequado para aplicações de alta potência, já que a corrente é dividida igualmente para cada fase e, portanto, os esforços nos dispositivos são reduzidos.

De fato, topologias *interleaved* trifásicas tem sido estudadas como uma maneira de melhorar a densidade de potência e a eficiência de conversores como em Kattel, et al. (2016) e Rahimi, *et al.* (2017). Com a necessidade de níveis de potências mais elevados, os sistemas trifásicos ganharam notoriedade devido as seus benefícios econômicos. As vantagens de conversores trifásicos sobre seus equivalentes monofásicos incluem: diminuição do material utilizado, menores esforços nos componentes e redução dos requisitos dos filtros de entrada e saída (KATTEL, et al., 2016).

Em Shi et al. (2016), uma versão do SEPIC *interleaved* bifásico foi proposta visando reduzir os esforços de tensão e corrente nos semicondutores. Esse conversor foi estruturado com indutores acoplados com o objetivo de reduzir o número de núcleos magnéticos e a ondulação da corrente no modo de condução descontínua. Contudo, a fonte não possuía isolação galvânica da carga.

Dessa forma, visando incluir as vantagens do sistema trifásico no conversor SEPIC este trabalho apresenta uma versão do SEPIC *interleaved* trifásico. Nela é utilizado um indutor acoplado em vez de três indutores de entrada visando reduzir o número de componentes magnéticos e reduzir a ondulação da corrente na entrada do conversor. Além disso, utiliza-se transformadores de modo a isolar a fonte de alimentação da carga.

1.1 Objetivos do Trabalho

O objetivo geral deste trabalho consite em elaborar e analisar o conversor CC-CC SEPIC interleaved trifásico com indutores de entrada acoplados.

Os objetivos específicos incluem:

- a) descrever a estrutura do conversor proposto e seu funcionamento;
- b) detalhar as principais equações que regem o conversor;
- c) dimensionar dos componentes e determinar os enforços;
- d) simular o projeto
- e) implementar um protótipo para aquisição das principais formas de onda.

2 O CONVERSOR SEPIC

A estrutura do conversor SEPIC foi apresentada anteriormente na Figura 1. Ela é caracterizada por possuir 4 elementos acumuladores de energia e por ser naturalmente isolada. Devido a presença do indutor em série com a fonte V_i, o conversor possui característica de fonte de corrente na entrada. Na saída, no entanto, ele possui característica de fonte de tensão. A chave S comuta a uma frequência f, equivalente ao inverso do período de comutação T, e possui uma razão cíclica D que pode variar entre 0 < D < 1.

De acordo com a corrente no diodo, é possível observar dois modos de operação diferente para o conversor: o modo de condução contínua (MCC) e o modo de condução descontínua (MCD). Se a corrente no diodo i_D se anular antes do fechamento da chave S, o conversor opera no MCD, caso contrário, ele opera no MCC.

Na condução contínua, o conversor apresenta duas etapas de funcionamento: uma de armazenamento de energia no indutor L e no transformador e outra de transferência de energia para o capacitor C_o e a carga R_o . É possível observar algumas equações que regem o circuito na Tabela 1 e as formas de onda para o MCC na Figura 2(a).

No modo de condução descontínua, o conversor apresenta três etapas de funcionamento: as duas primeiras idênticas ao MCC e uma etapa a mais após a corrente do diodo se anular antes do término do período. Nessa terceira etapa, só há transferência de energia entre o capacitor de saída e a carga. É possível observar as formas de onda para o MCD na Figura 2(b) e o ganho estático do conversor nesse modo está presente na Tabela 1.

Parâmetro	Equação
Ganho Estático (MCC)	$g = \frac{V_o}{V_i} = n \cdot \frac{D}{1 - D}$
Ganho Estático (MCD)	$g = \frac{V_o}{V_i} = D \cdot \sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f}}$
Ondulação da Corrente de Entrada	$\Delta I_{L} = \frac{V_{i} \cdot D}{L \cdot f}$
Ondulação da Tensão de Saída	$\Delta V_{C_o} = \frac{V_i \cdot D^2}{R_o \cdot C_o \cdot (1 - D) \cdot f}$

Tabela 1 - Principais equações do conversor SEPIC.



Figura 2 - Principais formas de onda teóricas do conversor SEPIC. (a) MCC (b) MCD.

2.1 Análise do Conversor CC-CC Sepic Interleaved Trifásico sem Indutores Acoplados

A técnica de *interleaving* pode ser aplicada à estrutura original do SEPIC para obter uma versão trifásica do conversor. Na Figura 3, apresenta-se a concepção do circuito do conversor CC-CC SEPIC *interleaved* trifásico. Nele, são utilizados três transformadores monofásicos ligados em estrela, em que lado primário possui o ponto comum conectado a mesma referência da fonte de entrada e das chaves do circuito. O lado secundário está conectado ao anodo dos diodos com ponto médio.

Esse conversor apresenta três regiões de operação distintas, dependendo do valor da razão cíclica. Na região R1, em que a razão cíclica é menor que 1/3, apenas uma chave é comandada por vez. Na região R2, com razão cíclica entre 1/3 e 2/3, até duas chaves são comandadas por vez. Já na região R3, em que a razão cíclica está entre 2/3 e 1, até três chaves são comandadas por vez.



Figura 3 - Circuito proposto para o conversor CC-CC SEPIC interleaved trifásico.





t

t

t

t

t

t

t

As regiões possuem um funcionamento semelhante entre si. Em todas elas, no modo de condução contínua, enquanto a chave de uma fase estiver conduzindo, o diodo dessa mesma fase estará bloqueado. Se a chave estiver aberta, o diodo da fase conduzirá. No modo de condução descontínua, a corrente do diodo irá a zero antes da chave ser comandada.

As principais formas de onda teóricas do MCC podem ser observadas na Figura 4(a). Nela, apresenta-se apenas uma das fases, sendo as outras defasadas de +120° e -120°. Os formatos das formas de onda são semelhantes para as outra regiões, modificando apenas a largura dos tempos em função da razão cíclica. Para o MCD, as principais formas de onda teóricas podem ser vistas na Figura 4(b). Nesse modo é possível observar três inclinações diferentes para a corrente de entrada.

As equações que regem o conversor podem ser obtidas na Tabela 2. O ganho estático se mantém o mesmo em qualquer região e pode ser verificado através da tensão média sobre um dos indutores, que deve ser zero em regime permanente.

Parâmetro	Equação
Ganho Estático (MCC)	$g = \frac{V_o}{V_i} = n \cdot \frac{D}{1 - D}$
Ganho Estático (MCD)	$g = \frac{V_o}{V_i} = D \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f}}$
Ondulação da Corrente de	$AI = V_0 \cdot (1 - 3D)$
Entrada R1	$\Delta I_i = \frac{1}{n \cdot L \cdot f}$
Ondulação da Corrente de	$V_0 \cdot (2 - 3D)(D - 1/3)$
Entrada R2	$\Delta I_i = \frac{1}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{f} \cdot \mathbf{D}}$
Ondulação da Corrente de	$3 \cdot V_0 \cdot (1 - D) \cdot (D - 2/3)$
Entrada R3	$\Delta \mathbf{i}_{i} = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{f} \cdot \mathbf{D}}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{f} \cdot \mathbf{D}}$

Tabela 2 - Principais equações do Sepic Interleaved Trifásico.

O limite entre o MCC e o MCD ocorre quando ambos os ganhos estáticos são válidos. Em termos da carga, ele é demarcado através da equação (1). Para $R_o < R_{crítico}$, a condução é contínua; para $R_o > R_{crítico}$, a condução é descontínua.

$$R_{\text{crítico}} = \frac{2 \cdot n^2 \cdot L_{\text{eq}} \cdot f}{3 \cdot (1 - D)^2}$$
(1)

3 ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC SEPIC *INTERLEAVED* TRIFÁSICO COM INDUTORES DE ENTRADA ACOPLADOS

A utilização de seis núcleos magnéticos na versão trifásica do SEPIC pode elevar o custo do conversor, além de aumentar seu volume. Visando reduzir esse número e incluir as vantagens citadas na seção 1, propõe-se uma alteração na topologia analisada inicialmente para o SEPIC *interleaved* trifásico de modo que um único indutor acoplado de três enrolamentos seja utilizado na entrada, como mostrado na Figura 5. A estrutura do indutor acoplado é de tal modo que as três bobinas são enroladas na perna central do núcleo em E, semelhante à Figura 6. Essa estrutura foi escolhida devido à expressão que se obtém para a indutância mútua quando se utiliza os enrolamentos na mesma perna.

Figura 5 - Circuito do conversor CC-CC SEPIC interleaved trifásico com indutores acoplados.



Figura 6 - Estrutura do indutor acoplado no conversor.



O conversor proposto opera em três regiões diferentes de acordo com o ciclo de trabalho, D. Na região R1, em que a razão cíclica é menor que 1/3, apenas uma chave é comandada por vez. Na região R2, com razão cíclica entre 1/3 e 2/3, até duas chaves são

comandadas por vez. Já na região R3, com razão cíclica entre 2/3 e 1, até três chaves são comandadas por vez.

Para a análise do conversor, considera-se que as capacitâncias são dimensionadas de modo que, em regime permanente, a ondulação da tensão nos capacitores é desprezível. Dessa forma, como a tensão média nos indutores deve ser nula, a tensão média nos capacitores do lado primário será a própria tensão de entrada, V_i. Já no capacitor de saída, a tensão média será a própria tensão de saída, V_o.

Outras considerações que serão tomadas são: as chaves e os diodos são ideais; as capacitâncias serão tais que $C_1 = C_2 = C_3 = C$; as indutâncias próprias são idênticas e $L_1 = L_2 = L_3 = L$; as indutâncias mútuas são iguais e $M_{12} = M_{23} = M_{31} = M$; L_m é a indutância magnetizante, igual para os três transformadores; n é a relação de transformação dos transformadores em que, $n = N_2/N_1$. Para simplificar a estudo do conversor, a versão não isolada da Figura 7 foi considerada.

Figura 7 - Versão não isolada do conversor utilizada para análise.



3.1 Análise da Região R1 no MCC

A região R1 é caracterizada por uma razão cíclica menor que 1/3. Isso implica em uma não simultaneidade de condução entre os interruptores de cada fase. No MCC, a corrente no diodo não vai a zero naturalmente, sendo imposta pela comutação das chaves.

3.1.1 Etapas de Operação

Para o modo de condução contínua da região R1, é possível observar 6 etapas de funcionamento distintas de acordo com o momento de condução das chaves. Essas etapas podem ser vistas na Figura 8.



Figura 8 - Etapas de operação para região R1 no MCC. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa.

a) Primeira etapa (t₀, t₁): a etapa se inicia quando a chave S₁ passa a conduzir e o diodo D₁ bloqueia. A corrente do enrolamento da fase 1 do indutor acoplado, i_{L1}(t), cresce linearmente. Nos outros dois enrolamentos as correntes decrescem. A corrente no capacitor C₁ é a corrente da indutância magnetizante do transformador da fase 1. A tensão sobre D₁ é Vi – V₀/n, e consequentemente, v_{D1}(t) é dada por (n·V_i + V₀). Os outros diodos estão conduzindo. Essa etapa pode ser observada na Figura 8(a).

b) Segunda etapa (t_1, t_2) : a segunda etapa se inicia quando a chave S_1 é aberta e o diodo D_1 entra em condução. Nessa etapa, todos os diodos estão conduzindo e todos as correntes do indutor acoplado estão decrescendo. A tensão na chave $v_{s1}(t)$, para essa etapa, é a tensão de entrada mais a tensão de saída, ou seja, $V_i + V_0/n$. Essa etapa pode ser observada na Figura 8(b).

c) Terceira etapa (t_2, t_3) : a terceira etapa se inicia quando S₂ passa a conduzir e o diodo D₂ bloqueia. Essa etapa é semelhante a primeira, modificando apenas as fases que estão conduzindo. Ela pode ser vista na Figura 8(c).

d) Quarta etapa (t₃, t₄): a quarta etapa se inicia quando S_2 é bloqueada e todos os diodos passam a conduzir. Essa etapa, presente na Figura 8(d), é idêntica a segunda.



Figura 9 - Formas de onda teóricas para o conversor na MCC da região R1.

e) Quinta etapa (t₄, t₅): a quinta etapa se inicia quando S₃ passa a conduzir e o diodo
D₃ é bloqueado. Essa etapa é semelhante a primeira e a quarta, modificando apenas as fases.
Ela pode ser observada na Figura 8(e).

f) Sexta etapa (t_5 , t_6): a sexta etapa se inicia quando S₃ é bloqueada e todos os diodos passam a conduzir. Essa etapa é idêntica a segunda e a quarta e pode ser vista na Figura 8(f). Ao final dessa etapa completa-se um período de funcionamento e o conversor retorna à primeira etapa.

As principais formas de onda teóricas em regime permanente para a região R1 no MCC podem ser observadas na Figura 9.

3.1.2 Análise Matemática

Para a análise matemática, será considerada a versão não isolada do conversor mostrada anteriormente na Figura 7, em que as correntes e tensões do lado secundário são referidas ao lado primário.

3.1.2.1 Ganho Estático

O ganho estático é obtido a partir da forma de onda da tensão sobre o indutor acoplado, presente na Figura 9. A tensão média sobre esse indutor pode ser determinada por (2).

$$V_{Lmed} = \frac{1}{T_S} \cdot \left[\int_0^{D \cdot T_S} V_i dt + \int_0^{(1-D) \cdot T_S} - \frac{V_o}{n} dt \right]$$
(2)

Em regime permanente, a tensão média sobre um indutor deve ser nula. Dessa forma, resolvendo a integral e igualando o resultado a zero, obtém-se (3).

$$\frac{1}{T_{S}} \cdot \left[V_{i} \cdot D \cdot T_{S} - \frac{V_{o}}{n} \cdot (1 - D) \cdot T_{S} \right] = 0$$
⁽³⁾

Reorganizando os termos da equação (3), o ganho estático é dado por (4).

$$\frac{V_o}{V_i} = n \cdot \frac{D}{(1-D)}$$
(4)

3.1.2.2 Variação de Corrente no Indutor Acoplado

Para determinar as variações da corrente no indutor, considera-se a equação da tensão em uma bobina obtida através de (5) (ERICKSON e MAKSIMOVIC, 2004).

$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & L_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ i_3(t) \end{bmatrix}$$
(5)

A indutância mútua é definida pela equação (6) em que N é o número de espiras, Φ_{xy} é o fluxo enlaçado por x devido a corrente I_y. Na Figura 10, é possível observar o comportamento do fluxo em duas bobinas acopladas.

$$M_{xy} = \frac{N_x \cdot \Phi_{xy}}{I_y} \tag{6}$$

Figura 10 - Fluxos nos indutores acoplados quando há aplicação de corrente em apenas uma bobina.



Fonte: Adaptado de Zhang (1987)

Para a estrutura considerada do indutor acoplado do conversor, já apresentada na Figura 6, o fluxo Φ_{xy} será igual ao próprio fluxo gerado em y, Φ_y , multiplicado por uma constante que indica a "força" do acoplamento.

Dessa forma, surge a definição da constante de acoplamento, ou coeficiente de acoplamento, k, expresso na equação (7). Se dois indutores não estão acoplados, k = 0. Quando dois indutores estão muito bem acoplados, todo o fluxo de uma bobina é enlaçado pela outra e, portanto, k = 1. Uma mudança no coeficiente de acoplamento pode ser obtida através de mudanças do material do núcleo, do tamanho do núcleo, do material das bobinas, do tamanho das bobinas, da proximidade do enrolamento primário com o núcleo, da proximidade do núcleo com o enrolamento secundário, da proximidade do enrolamento primário com o secundário, além de diversos outros parâmetros (ZHANG, 1987).
$$k_{xy} = \frac{\Phi_{xy}}{\Phi_{yy}} \tag{7}$$

Com essa definição, como o número de espiras é idêntico para os três enrolamentos do indutor acoplado utilizado e considerando a definição da indutância própria, L, é possível determinar a indutância mútua por (8).

$$M_{xy} = \frac{k_{xy} \cdot N \cdot \Phi_{yy}}{I_{yy}} \quad \therefore \quad M = k \cdot L$$
(8)

A expressão da variação de corrente no indutor muda de acordo com a etapa de operação. É possível classificar dois casos distintos:

- a) Caso 1: uma chave está conduzindo;
- b) Caso 2: todas as chaves estão bloqueadas.

A equação (5) deve ser utilizada para encontrar as variações de corrente no indutor em cada caso. Os intervalos de tempo da Figura 9 podem ser obtidos através das equações (9) e (10).

$$\Delta t_1 = D \cdot T_S \tag{9}$$

$$\Delta t_2 = \left(\frac{1}{3} - D\right) T_S \tag{10}$$

No primeiro caso, em que $\Delta t = \Delta t_1$, a tensão sobre a fase em que a chave está conduzindo é V_i, enquanto nas demais fases é -V_o/n. Sabendo disso e substituindo o valor da indutância mútua encontrada em (8) e do intervalo Δt_1 em (9) na equação (5), obtém-se (11). ΔI_{Lcf} é a variação na fase da *chave fechada* e ΔI_{Lca} na da *chave aberta*.

$$\begin{bmatrix} V_{i} \\ -V_{o}/n \\ -V_{o}/n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t_{1}} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf_{-1}} \\ \Delta I_{Lca_{-1}} \\ \Delta I_{Lca_{-1}} \end{bmatrix}$$
(11)

Isolando o valor da variação da equação (11) e substituindo o valor de Δt_1 presente em (9) obtém-se (12).

$$\Delta I_{Lcf_{-1}} = \frac{D \cdot (2 \cdot V_{o} \cdot k + V_{i} \cdot n + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^{2} + k + 1)}$$

$$\Delta I_{Lca_{-1}} = \frac{D \cdot (V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^{2} + k + 1)}$$
(12)

No segundo caso, em que $\Delta t = \Delta t_2$, a tensão sobre todos os indutores é -V₀/n. Dessa forma, a equação (5) ficará como (13).

$$\begin{bmatrix} -V_{o}/n \\ -V_{o}/n \\ -V_{o}/n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t_{2}} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lca_{2}} \\ \Delta I_{Lca_{2}} \\ \Delta I_{Lca_{2}} \end{bmatrix}$$
(13)

Isolando os valores das variações, que serão descritos pela mesma expressão, encontra-se (14).

$$\Delta I_{Lca_2} = \frac{V_o \cdot (1 - 3D)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (2k + 1)}$$
(14)

3.1.2.3 Ondulação de Corrente na Entrada

- -

Para obter a ondulação da corrente de entrada, escolhe-se uma das etapas e soma-se as ondulações dos três enrolamentos do indutor acoplado. Por simplicidade, opta-se pela segunda etapa, em que a ondulação nas bobinas é dada por (14). Assim, multiplicando essa equação por três resulta na equação (15).

$$\Delta I_{i} = \frac{V_{o} \cdot (1 - 3D)}{L \cdot n \cdot f \cdot (2k + 1)}$$
⁽¹⁵⁾

3.2 Análise da Região R1 no MCD

No MCD, a corrente do diodo de uma determinada fase vai a zero antes de haver a condução do interruptor dessa mesma fase. A grande vantagem de operar nesse modo é a baixa perda de recuperação no diodo devido a comutação suave ZCS, *zero current switching* (NANDANKAR e ROTHE, 2016).

Para a região R1, de acordo com o momento em que os diodos são bloqueados, as etapas de operação e as formas de onda do MCD podem mudar entre si. Dessa forma, serão classificadas 3 sub-regiões distintas:

- a) R1-a: corrente i_{D2} zera antes S₁ conduzir;
- b) R1-b: corrente i_{D2} zera após S1 conduzir, mas antes de ela abrir novamente;
- c) R1-c: corrente i_{D2} zera após S1 abrir.

3.2.1 Etapas de Operação

Para as 3 sub-regiões, observa-se 9 etapas de operação distintas para o modo de condução descontínua da região R1.

3.2.1.1 Sub-Região R1-a

Na região R1-a, não ocorre simultaneidade na condução dos diodos, como pode ser visto na Figura 11. Antes da primeira etapa, o diodo D₂ já está bloqueado.

Figura 11 - Etapas de operação da sub-região R1-a no MCD. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa. (h) Oitava etapa. (i) Nona etapa.



a) Primeira etapa (t₀, t₁): inicia-se quando a chave S₁ é comandada a conduzir e D₁ bloqueia, como pode ser observado na Figura 11(a). A tensão sobre a bobina 1 do indutor acoplado é V_i e sua corrente cresce linearmente. Na bobina 3, a tensão é -V₀/n e sua corrente decresce. Na bobina da fase 2, considerando uma indutância equivalente com a magnetizante do transformador, não existe diferença de potencial nesse conjunto e a corrente nessas indutâncias se mantém constante. Como a tensão do indutor é igual e de polaridade oposta à tensão do primário do transformador, ela pode assumir qualquer valor. Devido ao acoplamento do núcleo magnético, essa tensão será (V_i-V₀/n)·k/(1+k). Esse valor será demonstrado em 3.2.2.

b) Segunda etapa (t_1, t_2) : inicia-se quando a corrente no diodo D₃ se anula. A tensão no primeiro enrolamento do indutor acoplado ainda é V_i. Já as tensões nos outros enrolamentos são induzidas pelo acoplamento magnético e iguais a k·V_i, demonstração em 3.2.2. A segunda etapa pode ser visualizada na Figura 11(b). Apesar da saída ter sido representada por uma fonte CC, o capacitor de saída entrega energia à resistência de carga.





c) Terceira etapa (t₂, t₃): essa etapa começa com a abertura da chave S₁ e o diodo D₁ passa a conduzir. A tensão $v_{L1}(t)$ assume valor $-V_0/n$ nessa etapa e induz magneticamente uma tensão de $-k \cdot V_0/n$ nos enrolamentos da fase 2 e 3 do indutor. A corrente i_{L1} decresce, enquanto as demais se mantém constantes. Essa etapa pode ser vista na Figura 11(c).

A quarta (t_3 , t_4) e sétima etapa (t_6 , t_7) são semelhantes a primeira, a sexta (t_5 , t_6) oitava etapa (t_7 , t_8) são semelhantes a segunda e a sexta (t_5 , t_6) e nona etapa (t_8 , t_9) são semelhantes a terceira, com diferença apenas nas fases que estão conduzindo. Elas estão apresentadas na Figura 11. Após o término da nona etapa, completa-se o ciclo de funcionamento e o conversor retorna à primeira.

As principais formas de onda teóricas dessa etapa podem ser vistas na Figura 12, em que a fase 1 é apresentada.

3.2.1.2 Sub-Região R1-b

Na sub-região R1-b, até dois diodos conduzem simultaneamente, como pode ser visualizado na Figura 13.

Figura 13 - Etapas de operação da sub-região R1-b no MCD. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa. (h) Oitava etapa. (i) Nona etapa.



a) Primeira etapa (t_0, t_1) : assim como na sub-região R1-a, essa etapa se inicia quando a chave S₁ é comandada a conduzir. Todas as tensões no indutor acoplado são impostas pelo

circuito elétrico e assumem valor V_i para a primeira fase e - V_0 /n para as duas outras. Essa etapa é igual à primeira do MCC e pode ser observada Figura 13(a).

b) Segunda etapa (t₁, t₂): inicia-se quando a corrente no diodo D₂ se anula. A tensão no primeiro enrolamento do indutor acoplado ainda é V_i e no terceiro $-V_0/n$. A tensão v_{L2} é induzida magneticamente pelo núcleo e assume um valor de (V_i-V₀/n)·k/(1+k). Essa etapa pode ser visualizada na Figura 13(b).



Figura 14 - Principais formas de onda teóricas da sub-região R1-b no MCD.

c) Terceira etapa (t₂, t₃): inicia-se com a abertura da chave S₁ e a condução do diodo D₁. As tensões nos enrolamentos 1 e 3 são iguais a $-V_0/n$ e as correntes decrescem. Já na segunda bobina, devido a indução magnética, surge uma tensão de $-(2\cdot k\cdot V_0/n)/(1 + k)$. Essa expressão será demonstrada em 3.2.2. A terceira etapa pode ser observada na Figura 13(c).

A quarta (t_3, t_4) e sétima etapa (t_6, t_7) são semelhantes a primeira, a sexta (t_5, t_6) oitava etapa (t_7, t_8) são semelhantes a segunda e a sexta (t_5, t_6) e nona etapa (t_8, t_9) são semelhantes a terceira, com diferença apenas nas fases que estão conduzindo. Elas estão apresentadas na Figura 13.

Após o término da nona etapa, completa-se o ciclo de funcionamento e o conversor retorna à primeira. As principais formas de onda teóricas dessa etapa podem ser vistas na Figura 14.

3.2.1.3 Sub-Região R1-c

As etapas de operação para essa sub-região podem ser observadas na Figura 15. É possível notar que elas são semelhantes às do MCC, acrescentando apenas uma nova etapa para cada fase.



Figura 15 - Etapas de operação da sub-região R1-c no MCD. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa. (h) Oitava etapa. (i) Nona etapa.

a) Primeira etapa (t_0 , t_1): idêntica a primeira etapa do MCC. Ela começa com a comutação da chave S₁ e o bloqueio do diodo D₁. Essa etapa pode ser observada Figura 15(a).

b) Segunda etapa (t_1, t_2) : idêntica a segunda etapa do MCC. Ela se inicia quando a chave S₁ é aberta e o diodo D₁ entra em condução. Essa etapa pode ser vista na Figura 15(b).



Figura 16 - Principais formas de onda teóricas da sub-região R1-c no MCD.

c) Terceira etapa (t₂, t₃): essa etapa, presente na Figura 15(c), se inicia quando a corrente do diodo D₂ se anula enquanto a chave S₂ ainda está aberta. A tensão sobre o enrolamento da fase 1 é V_i, enquanto na fase 3 é $-V_0/n$. No enrolamento 2, como não há tensão sendo imposta pelo circuito elétrico, a tensão que aparecerá nos em seus terminais será induzida pelo acoplamento magnético e igual a (V_i-V₀/n)·k/(1+k).

A quarta (t_3, t_4) e sétima etapa (t_6, t_7) são semelhantes a primeira, a sexta (t_5, t_6) oitava etapa (t_7, t_8) são semelhantes a segunda e a sexta (t_5, t_6) e nona etapa (t_8, t_9) são semelhantes a terceira, com diferença apenas nas fases que estão conduzindo. Elas estão apresentadas na Figura 16. Após o término da nona etapa, completa-se o ciclo de funcionamento e o conversor retorna à primeira.

As principais formas de onda teóricas para o MCD da região R1 podem ser vistas na Figura 16.

3.2.2 Análise Matemática

Nesta seção serão apresentadas as principais equações que regem o conversor nesse modo de condução. Para algumas expressões, será necessário o uso de *software* numérico para encontrar a variável desejada.

3.2.2.1 Tensões no Indutor Acoplado

Em algumas etapas da operação do conversor, observou-se situações em que, eletricamente, a tensão em uma ou duas fases do indutor acoplado não era definida. Para determinar a tensão nesses casos, é necessário estudar a indução eletromagnética que existe devido ao núcleo compartilhado entre as bobinas.

Três situações podem ser ilustradas: duas tensões diferentes V_1 e V_2 induzem uma tensão V_3 ; duas tensões iguais V_1 induzem uma tensão V_3 ; e uma tensão V_1 induz duas tensões V_2 e V_3 . As tensões induzidas serão determinadas através da equação (5). Quando considerado o circuito elétrico, observa-se que não existe diferença de potencial nas indutâncias L e L_m quando tomadas como uma única indutância equivalente. Dessa forma, considera-se que a ondulação de corrente nessas bobinas é nula.

A partir da equação (5), somando as tensões no indutor acoplado obtém-se (16).

$$v_{1}(t) + v_{2}(t) + v_{3}(t)$$

$$= L \cdot \frac{di_{1}(t)}{dt} + k \cdot L \cdot \frac{di_{2}(t)}{dt} + k \cdot L \cdot \frac{di_{3}(t)}{dt} + k \cdot L \cdot \frac{di_{1}(t)}{dt} + L$$

$$\cdot \frac{di_{2}(t)}{dt} + k \cdot L \cdot \frac{di_{3}(t)}{dt} + k \cdot L \cdot \frac{di_{1}(t)}{dt} + k \cdot L \cdot \frac{di_{2}(t)}{dt} + L \cdot \frac{di_{3}(t)}{dt}$$
(16)

Colocando os termos comuns em evidência, pode-se escrever (17).

$$v_{1}(t) + v_{2}(t) + v_{3}(t) = L \cdot (1 + 2 \cdot k) \cdot \left(\frac{di_{1}(t)}{dt} + \frac{di_{2}(t)}{dt} + \frac{di_{3}(t)}{dt}\right)$$
(17)

Para duas tensões diferentes induzindo uma terceira, pode-se escrever a equação (5) como (18), já que a variação em 3 é nula.

$$V_1 + V_2 = \left(\frac{di_1(t)}{dt} + \frac{di_2(t)}{dt}\right) \cdot L \cdot (1+k) \rightarrow \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{di_2(t)}{dt} = \frac{V_1 + V_2}{L \cdot (1+k)}$$
(18)

Substituindo essa relação em (17) e isolando o valor de $v_3(t) = V_3$, obtém-se (19).

$$V_3 = L \cdot (1 + 2 \cdot k) \cdot \left[\frac{V_1 + V_2}{L \cdot (1 + k)}\right] - V_1 - V_2$$
⁽¹⁹⁾

Fazendo as simplificações necessárias, a tensão induzida para esse caso é igual a (20).

$$V_3 = \frac{(V_1 + V_2) \cdot k}{(1+k)}$$
(20)

Para duas tensões iguais induzindo uma terceira, pode-se escrever a equação (20) como (21), em que $V_1 = V_2$.

$$V_3 = \frac{2 \cdot k}{(1+k)} \cdot V_1 \tag{21}$$

Para uma tensão induzindo duas outras, pode-se escrever a equação (5) como (22). Nota-se que essa relação nada mais é que a ondulação de corrente em um indutor.

$$V_1 = L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \rightarrow \frac{di_1(t)}{dt} = \frac{V_1}{L}$$
(22)

Substituindo essa relação em (17), em que as ondulações 2 e 3 são nulas, isolando o valor de $v_3(t) = V_3$, e fazendo as simplificações necessárias, obtém-se (23).

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_1 \tag{23}$$

3.2.2.2 Variação de Corrente no Indutor Acoplado

Assim como feito para o MCC, para determinar as variações na corrente do indutor, considera-se a equação (5) da tensão em uma bobina de um indutor acoplado e a equação (8) que define a indutância mútua em função do fator de acoplamento.

Para o modo de condução descontínua, existem 6 casos possíveis que determinará a variação da corrente. São eles:

- a) Caso 1: uma chave conduzindo e dois diodos bloqueados (R1-a e R1-b);
- b) Caso 2: uma chave conduzindo e três diodos bloqueados (R1-a);
- c) Caso 3: três chaves abertas e um diodo conduzindo (R1-a);
- d) Caso 4: uma chave conduzindo e um diodo bloqueado (R1-b e R1-c);
- e) Caso 5: três chaves abertas e um diodo bloqueado (R1-b e R1-c);
- f) Caso 6: três chaves abertas e três diodos conduzindo (R1-c).

No primeiro caso, a tensão sobre a fase em que a chave está conduzindo é V_i , na fase com a chave aberta e o diodo conduzindo é $-V_0/n$ e na fase com a chave aberta e o diodo bloqueado é $(n \cdot V_i - V_0) \cdot k)/(n \cdot (1+k))$. Nessa última fase, como dito anteriormente, a variação de corrente é nula. Assim, substituindo esses valores em (5), obtém-se (24).

$$\begin{bmatrix} V_{i} \\ \frac{(n \cdot V_{i} - V_{o}) \cdot k}{n \cdot (1 + k)} \\ -V_{o/n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf_{-1}} \\ 0 \\ \Delta I_{Lca_{-1}} \end{bmatrix}$$
(24)

Isolando o valor das variações da equação (24) obtém-se (25).

$$\Delta I_{Lcf_{-1}} = \frac{(V_{o} \cdot k + V_{i} \cdot n)}{L \cdot n \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)} \cdot \Delta t$$

$$\Delta I_{Lca_{-1}} = \frac{(V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)} \cdot \Delta t$$
(25)

No caso 2, na fase em que a chave está fechada, a tensão é V_i. Nas demais fases, em que os diodos estão bloqueados, a tensão é $k \cdot V_i$. Substituindo esses valores em (5) e sabendo que as variações nas fases com chave aberta são nulas, obtém-se a equação (26).

$$\begin{bmatrix} V_i \\ k \cdot V_i \\ k \cdot V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(26)

A variação de corrente, para esse caso, será simplesmente a variação em um indutor monofásico não acoplado, como apresentado em (27).

$$\Delta I_{Lcf_2} = \frac{V_i}{L} \cdot \Delta t \tag{27}$$

No terceiro caso, nas fases em que as chaves estão abertas e o diodo está conduzindo, a tensão é $-V_0/n$. Para as outras fases, a tensão é induzida pelo circuito magnético e é igual a $k \cdot V_0/n$. Assim, como as variações de corrente nas fases com o diodo bloqueado são nulas, a equação (5) se torna a equação (28).

$$\begin{bmatrix} -V_{o}/n \\ -k \cdot V_{o}/n \\ -k \cdot V_{o}/n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lca_{3}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(28)

Realizando as multiplicações e simplificações necessárias, obtém-se o valor da variação em (29).

$$\Delta I_{Lca_3} = \frac{V_o}{L \cdot n} \cdot \Delta t \tag{29}$$

O caso 4 é igual ao caso 1 do modo de condução contínua e, portanto, é descrita pela equação (11). Resolvendo-a em função do intervalo de tempo, obtém-se as expressões de (30).

$$\Delta I_{Lcf_{4}} = \frac{(2 \cdot V_{o} \cdot k + V_{i} \cdot n + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \cdot \Delta t$$

$$\Delta I_{Lca_{4}} = \frac{(V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \cdot \Delta t$$
(30)

No quinto caso, na fases em que as chaves estão abertas e os diodos estão conduzindo, a tensão é $-V_0/n$. Para a outra fase, a tensão é induzida magneticamente e é igual a $-(2\cdot k\cdot V_0/n)/(1+k)$. Assim, como a variação da corrente na fase com o diodo bloqueado é nula, a equação (5) se torna a equação (31).

$$\begin{bmatrix} -V_{o}/n \\ \frac{-2 \cdot k \cdot V_{o}}{n \cdot (1+k)} \\ -V_{o}/n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lca_{5}} \\ 0 \\ \Delta I_{Lca_{5}} \end{bmatrix}$$
(31)

Resolvendo a expressão, obtém-se as ondulações como em (32).

$$\Delta I_{Lca_{5}} = \frac{V_{o}}{L \cdot n \cdot (k+1)} \cdot \Delta t$$
(32)

O caso 6 é igual ao caso 2 do modo de condução contínua, sendo descrito pela equação (13). Resolvendo-a em função do intervalo de tempo, obtém-se a equação (33).

$$\Delta I_{Lca_{6}} = \frac{V_{o}}{L \cdot n \cdot (2k+1)} \cdot \Delta t$$
(33)

3.2.2.3 Intervalos de Tempo

No modo de condução descontínua, observa-se três diferentes intervalos de tempo, como mostrado na Figura 12, Figura 14 e Figura 16. Eles serão obtidos a partir da forma de onda da corrente no diodo.

3.2.2.3.1 Sub-Região R1-a

Para a sub-região R1-a, considerando as áreas da forma de onda de i_D , a corrente média no diodo pode ser calculada através de (34). Aqui, foi desconsiderada a ondulação na indutância mútua do transformador, por ser muito menor que a ondulação no indutor acoplado.

$$n \cdot I_{\text{Dmed}} = \frac{1}{T} \cdot \left[\left(\Delta I_{\text{Lca}_3} + 2 \cdot \Delta I_{\text{Lca}_1} \right) \cdot \frac{\Delta t_3}{2} + \Delta I_{\text{Lca}_1} \cdot \frac{\Delta t_1}{2} \right]$$
(34)

Pelo circuito do conversor, pode-se escrever I_{Dmed} em termos da corrente de saída I_0 e, consequentemente, em função de V_0 e R_0 . Com essa relação e substituindo os valores das equações (25) e (29), obtém-se a expressão (35).

$$n \cdot \frac{V_{o}}{3 \cdot R_{o}} = \frac{1}{T} \cdot \left[\left(\frac{V_{o}}{L \cdot n} \cdot \Delta t_{3} + 2 \cdot \frac{(V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)} \cdot \Delta t_{1} \right) \cdot \frac{\Delta t_{3}}{2} + \frac{(V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)} \cdot \Delta t_{1} \cdot \frac{\Delta t_{1}}{2} \right]$$

$$(35)$$

Sabendo que $\Delta t_3 = (1/3 - D) \cdot T$, pode-se escrever a equação acima como (36).

$$\frac{2 \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{o}}{3 \cdot \mathbf{R}_{o}} = \frac{1}{T} \cdot \left\{ \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n}} \cdot \left(\frac{1}{3} - \mathbf{D}\right)^{2} \mathbf{T}^{2} + \frac{(\mathbf{V}_{o} + \mathbf{V}_{i} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (1 - \mathbf{k}) \cdot (\mathbf{k} + 1)} \right.$$

$$\left. \left. \left. \left. \left[2 \cdot \Delta t_{1} \cdot \left(\frac{1}{3} - \mathbf{D}\right) \cdot \mathbf{T} + \Delta t_{1}^{2} \right] \right\} \right\}$$

$$(36)$$

Devido à complexidade do resultado obtido ao resolver essa equação, sugere-se a utilização de *software* numérico para determinar o valor de Δt_1 a partir de (36).

3.2.2.3.2 Sub-Região R1-b

Para a sub-região R1-b, a corrente média no diodo pode ser calculada através de (37). Assim como em R1-a, desconsiderou-se a ondulação na indutância mútua do transformador.

$$n \cdot I_{Dmed} = \frac{1}{T} \cdot \left[\left(3 \cdot \Delta I_{Lca_{5}} + 4 \cdot \Delta I_{Lca_{4}} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_{1}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{3}}{2} + \left(2 \cdot \Delta I_{Lca_{5}} + 3 \cdot \Delta I_{Lca_{4}} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_{1}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{1}}{2} + \left(2 \cdot \Delta I_{Lca_{5}} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_{4}} + \Delta I_{Lca_{1}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{2}}{2} + \left(\Delta I_{Lca_{5}} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{3}}{2} + \left(\Delta I_{Lca_{5}} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{3}}{2} + \left(\Delta I_{Lca_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{1}}{2} \right]$$

$$(37)$$

Escrevendo I_{Dmed} em termos de V_o e R_o e reorganizando alguns termos da equação anterior, obtém-se a expressão (38).

$$n \cdot \frac{V_{o}}{3 \cdot R_{o}} = \frac{1}{T} \cdot \left[\Delta I_{Lca_{1}} \cdot \left(\Delta t_{1} + \frac{\Delta t_{2}}{2} + \Delta t_{3} \right) + \Delta I_{Lca_{4}} \cdot \left(2 \cdot \Delta t_{1} + \Delta t_{2} + 3 \cdot \Delta t_{3} \right) \right. \\ \left. + \Delta I_{Lca_{5}} \cdot \left(\Delta t_{1} + \Delta t_{2} + 2 \cdot \Delta t_{3} \right) \right]$$

$$(38)$$

Substituindo os valores das equações (25), (30) e (32) em (38) e sabendo que $\Delta t_3 = (1/3 - D) \cdot T$ e $\Delta t_2 = D \cdot T - \Delta t_1$, obtém-se (39)

$$\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{o}}{\mathbf{3} \cdot \mathbf{R}_{o}} = \frac{1}{\mathbf{T}} \cdot \left[\frac{(\mathbf{V}_{o} + \mathbf{V}_{i} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{D} \cdot \mathbf{T} - \Delta \mathbf{t}_{1})}{2 \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (1 - \mathbf{k}) \cdot (\mathbf{k} + 1)} \cdot \left(\Delta \mathbf{t}_{1} + \frac{2 \cdot \mathbf{T}}{3} - \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}\right) + \frac{(\mathbf{V}_{o} + \mathbf{V}_{i} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{n}) \cdot \Delta \mathbf{t}_{1}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (-2\mathbf{k}^{2} + \mathbf{k} + 1)} \cdot (\Delta \mathbf{t}_{1} + \mathbf{T} - 2 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}) + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot \left(\frac{1}{3} - \mathbf{D}\right) \cdot \mathbf{T}}{3 \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (\mathbf{k} + 1)} \cdot (2 \cdot \mathbf{T} - 3 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}) \right]$$
(39)

Devido à complexidade dessa equação, sugere-se a utilização de *software* numérico para determinar o valor de Δt_1 a partir de (39).

3.2.2.3.3 Sub-Região R1-c

Para a sub-região R1-c, a corrente média no diodo pode ser calculada através de (40).

$$\begin{split} \mathbf{n} \cdot \mathbf{I}_{\text{Dmed}} &= \frac{1}{T} \cdot \left[\left(5 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{6}} + 4 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{5}} + 4 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{2}}{2} \\ &+ \left(4 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{6}} + 3 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{5}} + 4 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{3}}{2} \\ &+ \left(4 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{6}} + 2 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{5}} + 3 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{1}}{2} \\ &+ \left(3 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{6}} + 2 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{5}} + 2 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{2}}{2} \\ &+ \left(2 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{6}} + \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{5}} + 2 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{3}}{2} \\ &+ \left(2 \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{6}} + \Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{1}}{2} + \left(\Delta \mathbf{I}_{\text{Lca}_{6}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{2}}{2} \end{split}$$

Escrevendo I_{Dmed} em termos de V_o e R_o e reorganizando alguns termos da equação anterior, obtém-se a expressão (41).

$$\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{o}}{3 \cdot \mathbf{R}_{o}} = \frac{1}{2 \cdot \mathbf{T}} \cdot \left[\Delta \mathbf{I}_{Lca_{4}} \cdot (4 \cdot \Delta t_{1} + 6 \cdot \Delta t_{2} + 6 \cdot \Delta t_{3}) + \Delta \mathbf{I}_{Lca_{5}} \right.$$

$$\left. \cdot (2 \cdot \Delta t_{1} + 6 \cdot \Delta t_{2} + 4 \cdot \Delta t_{3}) + \Delta \mathbf{I}_{Lca_{6}} \right.$$

$$\left. \cdot (6 \cdot \Delta t_{1} + 9 \cdot \Delta t_{2} + 6 \cdot \Delta t_{3}) \right]$$

$$(41)$$

Diferente das outras sub-regiões, agora o valor de Δt_1 é conhecido e igual a D·T. Substituindo os valores das equações (30), (32) e (33) em (41) e sabendo que $\Delta t_3 = (1/3 - D)$ ·T - Δt_2 , obtém-se (42).

$$\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{o}}{\mathbf{3} \cdot \mathbf{R}_{o}} = \frac{1}{2 \cdot \mathbf{T}} \cdot \left[\frac{(\mathbf{V}_{o} + \mathbf{V}_{i} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (-2\mathbf{k}^{2} + \mathbf{k} + 1)} \cdot (\mathbf{6} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + 2 \cdot \mathbf{T} - 2 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}) \right. \\ \left. + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot (1 - 3 \cdot \mathbf{D}) \cdot \mathbf{T}}{3 \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (\mathbf{k} + 1)} \cdot \left(\mathbf{6} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + \frac{4}{3} \cdot \mathbf{T} - 2 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}\right) \right.$$

$$\left. + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (2\mathbf{k} + 1)} \cdot (9 \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + 2 \cdot \mathbf{T}) \right]$$

$$\left. + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (2\mathbf{k} + 1)} \cdot (9 \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + 2 \cdot \mathbf{T}) \right]$$

$$\left. + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (2\mathbf{k} + 1)} \cdot (9 \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + 2 \cdot \mathbf{T}) \right]$$

$$\left. + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (2\mathbf{k} + 1)} \cdot (9 \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + 2 \cdot \mathbf{T}) \right]$$

$$\left. + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (2\mathbf{k} + 1)} \cdot (9 \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + 2 \cdot \mathbf{T}) \right]$$

$$\left. + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (2\mathbf{k} + 1)} \cdot (9 \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + 2 \cdot \mathbf{T}) \right]$$

$$\left. + \frac{\mathbf{V}_{o} \cdot \Delta \mathbf{t}_{2}}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (2\mathbf{k} + 1)} \cdot (9 \cdot \Delta \mathbf{t}_{2} + 2 \cdot \mathbf{T}) \right]$$

Devido à complexidade dessa equação, sugere-se a utilização de *software* numérico para determinar o valor de Δt_2 a partir de (42).

3.2.2.4 Ganho Estático

O ganho estático pode ser determinado através da equação da tensão no indutor acoplado. As expressões que serão demonstradas a seguir são escritas em função dos tempos determinados na seção 3.2.2.3. Sugere-se um cálculo iterativo dessas equações para determinar simultaneamente o ganho e os intervalos de tempo desconhecidos. Exemplos de códigos que podem ser utilizados estão apresentados no Apêndice A.

3.2.2.4.1 Sub-Região R1-a

A tensão média no indutor acoplado, para essa sub-região, pode ser escrita como (43). Em regime permanente, esse valor dele ser nulo.

$$V_{Lmed} = \frac{1}{T} \cdot \left[V_{i} \cdot (\Delta t_{1} + \Delta t_{2}) - \frac{V_{o}}{n} \cdot (\Delta t_{3} + \Delta t_{1}) + k \cdot V_{i} \cdot (\Delta t_{2}) - \frac{k \cdot V_{o}}{n} \cdot (\Delta t_{3}) + \frac{(V_{i} \cdot n - V_{o}) \cdot k}{n \cdot (k+1)} \cdot (\Delta t_{1}) + k \cdot V_{i} \cdot (\Delta t_{2}) - \frac{k \cdot V_{o}}{n} \cdot (\Delta t_{3}) \right] = 0$$
⁽⁴³⁾

Isolando o valor do ganho estático, obtém-se a relação (44).

$$\frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{\Delta t_{1} + \Delta t_{3} + \Delta t_{3} \cdot k}{n \cdot (\Delta t_{1} + \Delta t_{2} + \Delta t_{2} \cdot k)}$$
(44)

3.2.2.4.2 Sub-Região R1-b

Para a sub-região R1-b, a tensão média no indutor acoplado pode ser escrita como (45).

$$V_{Lmed} = \frac{1}{T} \cdot \left[V_{i} \cdot (\Delta t_{1} + \Delta t_{2}) - \frac{V_{o}}{n} \cdot (2 \cdot \Delta t_{1} + \Delta t_{2} + 2 \cdot \Delta t_{3}) + \frac{(V_{i} \cdot n - V_{o}) \cdot k}{n \cdot (k+1)} \right]$$

$$\cdot (\Delta t_{2}) - \frac{2 \cdot V_{o} \cdot k}{n \cdot (k+1)} \cdot (\Delta t_{3}) = 0$$

$$(45)$$

Isolando o valor do ganho estático, obtém-se a relação (46).

$$\frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{n \cdot [\Delta t_{1} \cdot (1+k) + \Delta t_{2} \cdot (1+2 \cdot k)]}{[2 \cdot \Delta t_{1} \cdot (1+k) + \Delta t_{2} \cdot (1+2 \cdot k) + 2 \cdot \Delta t_{2} \cdot (1+2 \cdot k)]}$$
(46)

3.2.2.4.3 Sub-Região R1-c

A tensão média no indutor acoplado, para a sub-região R1-c, pode ser escrita como (47).

$$V_{Lmed} = \frac{1}{T} \cdot \left[V_{i} \cdot (\Delta t_{1}) - \frac{V_{o}}{n} \cdot (2 \cdot \Delta t_{1} + 3 \cdot \Delta t_{2} + 2 \cdot \Delta t_{3}) + \frac{(V_{i} \cdot n - V_{o}) \cdot k}{n \cdot (k+1)} \right]$$

$$\cdot (\Delta t_{3}) = 0$$
(47)

Isolando o valor do ganho estático, obtém-se a relação (48).

$$\frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{n \cdot [\Delta t_{1} \cdot (1+k) + \Delta t_{3} \cdot k]}{(1+k) \cdot (2 \cdot \Delta t_{1} + 3 \cdot \Delta t_{2} + 2 \cdot \Delta t_{3}) + \Delta t_{3} \cdot k}$$
(48)

3.2.2.5 Ondulação de Corrente na Entrada

Para determinar a ondulação da corrente de entrada, escolhe-se uma etapa de operação e soma-se as ondulações em cada fase do indutor acoplado. Opta-se pela terceira etapa nas sub-regiões R1-a e R1-b, em que $\Delta t = \Delta t_3 = (1/3 - D) \cdot T$ e pela primeira etapa na sub-região R1-c, em que $\Delta t = \Delta t_1 = D \cdot T$.

Para a sub-região R1-a, a ondulação pode ser obtida através de (49).

$$\Delta I_{i_{R1}-a} = \frac{V_o \cdot (1 - 3 \cdot D)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f}$$
⁽⁴⁹⁾

Para a sub-região R1-b, a ondulação pode ser obtida através de (50).

$$\Delta I_{i_{R1}-b} = \frac{V_o \cdot (1 - 3 \cdot D)}{L \cdot n \cdot f \cdot (k+1)}$$
(50)

Para a sub-região R1-c, a ondulação pode ser obtida através de (51).

$$\Delta I_{i_{R1-c}} = \frac{[2 \cdot V_o \cdot (1+k) + V_i \cdot n \cdot (1+3 \cdot k)] \cdot D}{L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^2 + k + 1)}$$
(51)

3.3 Limite de Descontinuidade da Região R1

Para analisar o limite de descontinuidade de R1, também chamado de condução crítica, considera-se apenas a sub-região R1-c, em que a corrente do diodo se encontra mais próxima do MCC em relação as demais. Nessa situação, os ganhos estáticos são equivalentes

e apenas dois intervalos de tempo existem: Δt_1 e Δt_2 . Dessa maneira, as equações (9) e (10) são válidas.

Considerando a expressão presente (42), obtida através de I_{Dmed} , e válida para o MCD, ao substituir as equação (9) e (10) e o ganho estático do MCC presente em (4), obtém-se um equacionamento para $R_{crítico}$ ao se isolar o valor de R_o . Como mostrado na TT, para $R_o > R_{crítico}$, o modo de condução será descontínuo e para $R_o < R_{crítico}$, o modo de condução será contínuo.

$$R_{crítico} = \frac{2 \cdot L \cdot f \cdot n^2 \cdot (-2k^2 + k + 1)}{3 \cdot (1 - D) \cdot (k - D + D \cdot k + 1)}$$
(52)

Modo de condução	Limite
Contínua	$R_o < R_{crítico}$
Descontínua	$R_o > R_{crítico}$
Crítica	$R_o = R_{crítico}$

Tabela 3 - Limite de descontinuidade em função de R_{crítico}.

Pode-se também delimitar a condução crítica através de $k_{crítico}$ ao isolar o valor de k da equação (52) e substituir $R_{crítico}$ por R_o . Se $k > k_{crítico}$, o modo de condução é descontínuo. Se k $< k_{crítico}$, é contínuo.

3.4 Análise da Região R2 no MCC

Assim como na região R1, o conversor possui 6 etapas de funcionamento distintas de acordo com o momento de condução das chaves. Em R2, até duas chaves conduzem simultaneamente e a razão cíclica possui um valor entre 1/3 e 2/3.

3.4.1 Etapas de Operação

As etapas de operação estão presentes na Figura 17. Antes da primeira etapa, a chave S3 já estava conduzindo.

a) Primeira etapa (t₀, t₁): essa etapa se inicia quando a chave S₁ fecha mantendo S₁ e S₃ conduzindo. Os diodos D₁ e D₃ estão bloqueados. A tensão sobre os enrolamentos 1 e 3 é V_i, imposta pelo primário, enquanto a tensão sobre o enrolamento 2 é $-V_0/n$, imposta pelo lado secundário. Essa etapa pode ser vista na Figura 17(a).

Segunda etapa (t_1 , t_2): inicia-se quando a chave S_3 abre, mantendo apenas S_1 em condução. A corrente na fase 1 do indutor cresce, assim como na primeira etapa, enquanto as correntes na fase 2 e 3 do indutor decrescem. Apenas o diodo D_1 está bloqueado. Essa etapa pode ser melhor observada na Figura 17(b).

A terceira (t_2 , t_3) e quinta etapa (t_4 , t_5) são semelhantes a primeira, enquanto a quarta (t_3 , t_4) e a sexta etapa (t_5 , t_6) são similares à segunda, modificando apenas as chaves que estão conduzindo e, consequentemente, os diodos que estão bloqueados. Elas estão apresentadas na Figura 17. Após o término da sexta etapa, o período de funcionamento do conversor está completo.

Figura 17 - Etapas de operação para região R2 no MCC. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa.



As principais formas de onda em regime permanente para a região R2 no modo de condução contínua podem ser observadas na Figura 18.

3.4.2 Análise Matemática

Assim como foi feito para região R1, será considerada a versão não isolada do conversor presente na Figura 7.



Figura 18 - Principais formas de onda para região R2 no MCC.

3.4.2.1 Ganho Estático

Para determinar o ganho estático do conversor, será considerada a forma de onda da tensão sobre uma bobina do indutor, presente na Figura 18. A tensão média sobre esse indutor pode ser determinada por (53). Em regime permanente, essa tensão deve ser nula.

$$V_{Lmed} = \frac{1}{T_{S}} \cdot \left[\int_{0}^{D \cdot T_{S}} V_{i} dt + \int_{0}^{(1-D) \cdot T_{S}} - \frac{V_{o}}{n} dt \right] = 0$$
(53)

Observa-se que essa expressão se assemelha ao equacionamento em (2) obtido para o MCC da região R1. Da mesma maneira, em R2, o ganho estático no modo de condução contínua será dado por (54).

$$\frac{V_o}{V_i} = n \cdot \frac{D}{(1-D)}$$
(54)

3.4.2.2 Variação de Corrente no Indutor Acoplado

O cálculo da variação de corrente no indutor levará em consideração a equação da tensão em uma bobina de um indutor acoplado, apresentada em (5). Para a estrutura utilizada, a indutância mútua será dada por $M = k \cdot L$, como demonstrado em (8). Já os intervalos de tempo Δt_1 e Δt_2 , presentes na Figura 18, podem ser determinados através das equações (55) e (56).

$$\Delta t_1 = D \cdot T_S - \frac{T_S}{3} = \left(D - \frac{1}{3}\right) \cdot T_S$$
⁽⁵⁵⁾

$$\Delta t_2 = \frac{T_S}{3} - \Delta t_1 = \left(\frac{2}{3} - D\right) \cdot T_S$$
⁽⁵⁶⁾

Como é possível identificar pela forma de onda de $i_L(t)$ na Figura 18, existem diversas variações possíveis dependendo da etapa de operação. É possível classificar dois casos:

- a) Caso 1: duas chaves estão conduzindo;
- b) Caso 2: uma chave está conduzindo.

No primeiro caso, em que $\Delta t = \Delta t_1$, a tensão nos enrolamentos da fase em que as chaves que estão fechadas é V_i, enquanto no outro, a tensão é -V_o/n. Substituindo essas informações na equação (5) e considerando a expressão da indutância mútua, obtém-se (57). Como padronizado em seções anteriores, ΔI_{Lcf} é a variação na fase da *chave fechada* e ΔI_{Lca} na da *chave aberta*.

$$\begin{bmatrix} V_{i} \\ -V_{o}/n \\ V_{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t_{1}} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf_{-}1} \\ \Delta I_{Lca_{-}1} \\ \Delta I_{Lcf_{-}1} \end{bmatrix}$$
(57)

Isolando as variações de corrente e considerando a equação (55), obtém-se as relações presentes em (58).

$$\Delta I_{Lcf_{-1}} = \frac{(V_o \cdot k + V_i \cdot n) \cdot (3D - 1)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^2 + k + 1)}$$

$$\Delta I_{Lca_{-1}} = \frac{(V_o + V_o \cdot k + 2 \cdot V_i \cdot k \cdot n) \cdot (3D - 1)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^2 + k + 1)}$$
(58)

No segundo caso, em que $\Delta t = \Delta t_2$, as tensões se comportam como no primeiro caso, entretanto, existe apenas uma fase com a chave fechada. Assim, a equação (5) ficará como (59).

$$\begin{bmatrix} V_{i} \\ -V_{o}/n \\ -V_{o}/n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t_{1}} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf_{2}} \\ \Delta I_{Lca_{2}} \\ \Delta I_{Lca_{2}} \end{bmatrix}$$
(59)

Isolando as variações e considerando a equação (56), obtém-se (60).

$$\Delta I_{Lcf_2} = \frac{(2 \cdot V_0 \cdot k + V_i \cdot n + V_i \cdot k \cdot n) \cdot (2 - 3D)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^2 + k + 1)}$$

$$\Delta I_{Lca_2} = \frac{(V_0 + V_i \cdot k \cdot n) \cdot (2 - 3D)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^2 + k + 1)}$$
(60)

3.4.2.3 Ondulação de Corrente na Entrada

A ondulação da corrente de entrada é a soma das ondulações em cada fase do indutor acoplado, para a primeira ou segunda etapa. Considerando a primeira e após realizar as simplificações necessárias, obtém-se a expressão presente em (61).

$$\Delta I_{i} = \frac{(2 \cdot V_{i} \cdot n - V_{o}) \cdot (3D - 1)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (2k + 1)}$$
(61)

3.5 Análise da Região R2 no MCD

Na análise do MCD da região R1, observou-se três possibilidades de operação dependendo do momento em que a corrente no diodo se anula. De forma semelhante, pode-se subdividir a região R2 em R2-a e R2-b:

a) R2-a: a corrente i_{D2} zera antes de S₃ abrir;

56

b) R2-b: a corrente i_{D2} zera após S₃ abrir.

3.5.1 Etapas de Operação

Para as duas sub-regiões, delimita-se 9 etapas de funcionamento distintas.

3.5.1.1 Sub-Região R2-a

Na sub-região R2-a, não existe simultaneidade na condução dos diodos, como pode ser observado na Figura 19. Antes da primeira etapa S₃ está conduzindo.

Figura 19 - Etapas de operação para a sub-região R2-a no MCD. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa. (h) Oitava etapa. (i) Nova etapa.



a) Primeira etapa (t₀, t₁): inicia-se quando S₁ é comandada a conduzir, mantendo S₁ e S₃ em condução. Os enrolamentos da fase 1 e 3 estão magnetizando e a tensão sobre eles é V_i, enquanto o enrolamento da fase 2 está desmagnetizando e sua tensão é $-V_0/n$. Nessa etapa, apenas o diodo D2 está conduzindo, como mostrado na Figura 19(a).

b) Segunda etapa (t_1, t_2) : essa etapa se inicia quando a corrente do diodo D_2 vai a zero e, dessa forma, todos os diodos estão bloqueados. Os enrolamentos 1 e 3 continuam magnetizando, enquanto o enrolamento 2 mantém sua corrente constante com tensão sendo induzida pelo núcleo magnético com valor $k \cdot V_i/(1+k)$. Essa etapa pode ser vista na Figura 19(b).

c) Terceira etapa (t₂, t₃): inicia-se com a abertura da chave S₃, mantendo apenas S₁ em condução. A corrente no enrolamento 3 do indutor acoplado agora decresce e o diodo D₃ conduz. A tensão na bobina 2 do indutor acoplado agora assumirá o valor de (V_i-V₀/n)·k/(1+k). Essa etapa pode ser melhor observada na Figura 19(c).





A quarta (t_3 , t_4) e sétima etapa (t_6 , t_7) são semelhantes a primeira, a sexta (t_5 , t_6) oitava etapa (t_7 , t_8) são semelhantes a segunda e a sexta (t_5 , t_6) e nona etapa (t_8 , t_9) são semelhantes a terceira, com diferença apenas nas chaves que estão conduzindo e, consequentemente, diodos que estão bloqueando. Após o nono estágio, o período de funcionamento do conversor está completo.

As principais formas de onda em regime permanente para a sub-região R2-a do modo de condução descontínua podem ser vistas na Figura 20.

3.5.1.2 Sub-Região R2-b

Na sub-região R2-b, até dois diodos conduzem simultaneamente, como pode ser observado na Figura 21. A chave S₃ está conduzindo antes da primeira etapa.

Figura 21 - Etapas de operação para a sub-região R2-b no MCD. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa. (h) Oitava etapa. (i) Nova etapa.



a) Primeira etapa (t₀, t₁): inicia-se quando a chave S_1 fecha, mantendo S_1 e S_3 em condução. Essa etapa é idêntica à sub-região R2-a e, da mesma maneira, as bobinas da fase 1 e 3 do indutor acoplado estão magnetizando, enquanto a bobina da fase 2 está desmagnetizando. Essa etapa pode ser melhor visualizada na Figura 21(a).

b) Segunda etapa (t₁, t₂): nessa etapa, a chave S₃ abre e apenas S₁ está em condução. A tensão sobre o enrolamento 1 do indutor acoplado é V_i e sua corrente cresce, enquanto nas outras duas fases é $-V_0/n$ e suas correntes decrescem. Essa etapa pode ser vista na Figura 21(b).

c) Terceira etapa (t₂, t₃): essa etapa se inicia quando a corrente em D₂ se anula enquanto a chave S₂ ainda está aberta. A tensão no enrolamento dessa fase será induzida magneticamente pelo núcleo do indutor acoplado e assumirá o valor de (V_i-V_o/n)·k/(1+k), entretanto a corrente se manterá constante. Essa etapa pode ser observada na Figura 21(c).



Figura 22 - Principais formas de onda teóricas para o MCD da sub-região R2-b.

60

A quarta (t_3 , t_4) e sétima etapa (t_6 , t_7) são semelhantes a primeira, a sexta (t_5 , t_6) oitava etapa (t_7 , t_8) são semelhantes a segunda e a sexta (t_5 , t_6) e nona etapa (t_8 , t_9) são semelhantes a terceira, modificando apenas quais chaves que estão conduzindo. Após o nono estágio, o período de funcionamento do conversor está completo. Na Figura 22 estão apresentadas as principais formas de onda teóricas em regime permanente para a sub-região R2-b no MCD.

3.5.2 Análise Matemática

Para realizar algumas análises, utilizou-se as equações demonstradas na seção 3.2.2.1 referente as tensões no indutor acoplado.

3.5.2.1 Variação de Corrente no Indutor Acoplado

No modo de condução descontínua, existem 4 casos possíveis que determinarão o equacionamento da variação da corrente no indutor. São eles:

- a) Caso 1: duas chaves conduzindo e dois diodos bloqueados;
- b) Case 2: uma chave conduzindo e um diodo bloqueado;
- c) Caso 3: duas chaves conduzindo e todos os diodos bloqueados;
- d) Caso 4: uma chave conduzindo e dois diodos bloqueados.

O caso 1 é semelhante ao caso do MCC presente na equação (55). Reescrevendo-a em função do intervalo de tempo, obtém-se as expressões em (62).

$$\Delta I_{Lcf_{-1}} = \frac{(V_{o} \cdot k + V_{i} \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \cdot \Delta t$$

$$\Delta I_{Lca_{-1}} = \frac{(V_{o} + V_{o} \cdot k + 2 \cdot V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \cdot \Delta t$$
(62)

O caso 2 também é semelhante a um dos casos do MCC, estando presente na equação (58). Resolvendo-a em função do intervalo de tempo, obtém-se as expressões em (63).

$$\Delta I_{Lcf_2} = \frac{(2 \cdot V_0 \cdot k + V_i \cdot n + V_i \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^2 + k + 1)} \cdot \Delta t$$

$$\Delta I_{Lca_2} = \frac{(V_0 + V_i \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^2 + k + 1)} \cdot \Delta t$$
(63)

No caso 3, a tensão no enrolamento das fases que estão conduzindo é V_i , enquanto na outra fase é $k \cdot V_i/(1+k)$. Como mostrado anteriormente, a variação de corrente nessa última

fase é nula. Considerando a equação (5) da tensão em uma bobina de um indutor acoplado e a equação (8) que define a indutância mútua em função do fator de acoplamento, obtém-se (64).

$$\begin{bmatrix} V_{i} \\ V_{i} \\ \frac{k \cdot V_{i}}{1+k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf_3} \\ \Delta I_{Lcf_3} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(64)

Isolando o valor das variações e realizando as simplificações necessárias, a equação (64), torna-se (65).

$$\Delta I_{Lcf_3} = \frac{V_i}{L \cdot (k+1)} \cdot \Delta t \tag{65}$$

No quarto caso, na fase em que a chave está fechada a tensão no enrolamento é V_i , enquanto na fase em que a chave está aberta e o diodo está conduzindo, é $-V_0/n$. Na outra fase, em que a tensão é induzida pelo núcleo, a tensão é $(n \cdot V_i - V_0) \cdot k/(n \cdot (1+k))$ e a variação de corrente no indutor é nula.

$$\begin{bmatrix} V_{i} \\ \frac{(n \cdot V_{i} - V_{o}) \cdot k}{n \cdot (1 + k)} \\ -V_{o/n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf_{-1}} \\ 0 \\ \Delta I_{Lca_{-1}} \end{bmatrix}$$
(66)

Isolando o valor das variações da equação (66) e simplificando onde necessário obtém-se (67).

$$\Delta I_{Lcf_{-4}} = \frac{(V_{o} \cdot k + V_{i} \cdot n)}{L \cdot n \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)} \cdot \Delta t$$

$$\Delta I_{Lca_{-4}} = \frac{(V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)} \cdot \Delta t$$
(67)

3.5.2.2 Intervalos de Tempo

No modo de condução descontínua, foram delimitados três intervalos de tempo, como mostrado na Figura 20 e Figura 22. Para obtê-las, considera-se a forma de onda da corrente no diodo, i_D.

3.5.2.2.1 Sub-Região R2-a

O valor médio do corrente i_D pode ser determinado através das áreas delimitadas forma de onda presente na Figura 20. Desconsiderando a ondulação da indutância mútua do transformador, pode-se escrever a equação (68).

$$n \cdot I_{Dmed} = \frac{1}{T} \cdot \left[\left(2 \cdot \Delta I_{Lca_{1}} + \Delta I_{Lca_{4}} \right) \cdot \frac{\Delta t_{3}}{2} + \Delta I_{Lca_{1}} \cdot \frac{\Delta t_{1}}{2} \right]$$
(68)

A partir dessa equação, substituindo o valor das ondulações presentes em (62) e (67) e escrevendo I_{Dmed} em termos da corrente de saída e, consequentemente, em função de V_o e R_o, obtém-se (69).

$$n \cdot \frac{V_{o}}{3 \cdot R_{o}} = \frac{1}{T} \cdot \left[\left(2 \cdot \frac{(V_{o} + V_{o} \cdot k + 2 \cdot V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \cdot \Delta t_{1} + \frac{(V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)} \right] \\ \cdot \Delta t_{3} \cdot \frac{\Delta t_{3}}{2} + \frac{(V_{o} + V_{o} \cdot k + 2 \cdot V_{i} \cdot k \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \cdot \Delta t_{1} \cdot \frac{\Delta t_{1}}{2} \right]$$

$$(69)$$

Pela Figura 20, pode-se escrever a equação (70) que define Δt_3 para essa sub-região.

$$\Delta t_3 = \left(\frac{2}{3} - D\right) \cdot T \tag{70}$$

Substituindo esse valor na equação (69) pode-se escrever a equação acima como (71).

$$\frac{2 \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{o}}{3 \cdot \mathbf{R}_{o}} = \frac{1}{T} \cdot \left\{ \left[2 \cdot \frac{(\mathbf{V}_{o} + \mathbf{V}_{o} \cdot \mathbf{k} + 2 \cdot \mathbf{V}_{i} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (-2\mathbf{k}^{2} + \mathbf{k} + 1)} \cdot \Delta t_{1} + \frac{(\mathbf{V}_{o} + \mathbf{V}_{i} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{n}) \cdot (2 - 3 \cdot \mathbf{D})}{3 \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{f} \cdot (1 - \mathbf{k}) \cdot (\mathbf{k} + 1)} \right] \cdot \left(\frac{2}{3} - \mathbf{D}\right) \cdot \mathbf{T} + \frac{(\mathbf{V}_{o} + \mathbf{V}_{o} \cdot \mathbf{k} + 2 \cdot \mathbf{V}_{i} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{n} \cdot (-2\mathbf{k}^{2} + \mathbf{k} + 1)} \cdot \Delta t_{1}^{2} \right\}$$
(71)

Devido à complexidade dessa equação, sugere-se a utilização de software numérico para determinar o valor de Δt_1 .

3.5.2.2.2 Sub-Região R2-b

Para a sub-região R2-b, a corrente média no diodo pode ser calculada através de (72).

$$n \cdot I_{Dmed} = \frac{1}{T} \cdot \left[\left(3 \cdot \Delta I_{Lca_2} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_4} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_1} \right) \cdot \frac{\Delta t_2}{2} + \left(\Delta I_{Lca_4} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_1} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_2} \right) \cdot \frac{\Delta t_3}{2} + \left(\Delta I_{Lca_1} + 2 \cdot \Delta I_{Lca_2} \right) \cdot \frac{\Delta t_1}{2} + \left(\Delta I_{Lca_2} \right) \cdot \frac{\Delta t_2}{2} \right]$$

$$(72)$$

Escrevendo I_{Dmed} em termos de V_o e R_o e reorganizando os temos da equação (72), obtém-se (73).

$$\frac{2 \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{o}}{3 \cdot \mathbf{R}_{o}} = \frac{1}{T} \cdot \left[\Delta \mathbf{I}_{Lca_{1}} \cdot (\Delta t_{1} + 2 \cdot \Delta t_{2} + 2 \cdot \Delta t_{3}) + \Delta \mathbf{I}_{Lca_{2}} \right. \\ \left. \cdot (2 \cdot \Delta t_{1} + 4 \cdot \Delta t_{2} + 2 \cdot \Delta t_{3}) + \Delta \mathbf{I}_{Lca_{4}} \cdot (2 \cdot \Delta t_{2} + \Delta t_{3}) \right]$$
(73)

Diferente da sub-região R1, observando a Figura 22, pode-se escrever a equação (74) para o tempo Δt_1 .

$$\Delta t_1 = \left(D - \frac{1}{3} \right) \cdot T \tag{74}$$

Também, pode-se escrever Δt_3 em função de Δt_2 a partir da equação (75).

$$\Delta t_3 = \left(\frac{2}{3} - D\right) \cdot T - \Delta t_2 \tag{75}$$

Substituindo as equações (74) e (75) em (73), obtém-se (76).

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot n \cdot V_{o}}{3 \cdot R_{o}} &= f \cdot \left[\frac{(V_{o} + V_{o} \cdot k + 2 \cdot V_{i} \cdot k \cdot n) \cdot (3 \cdot D - 1) \cdot (1 - D)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f^{2} \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \right. \\ &+ \frac{(V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n) \cdot (6 \cdot \Delta t_{2} \cdot f + 2) \cdot \Delta t_{2}}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \\ &+ \frac{(V_{o} + V_{i} \cdot k \cdot n) \cdot (2 - 3 \cdot D - 3 \cdot f \cdot \Delta t_{2})}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)} \cdot \left(\Delta t_{2} + \frac{2 - 3 \cdot D}{3 \cdot f}\right) \right] \end{aligned}$$
(76)

Devido à complexidade dessa equação, sugere-se a utilização de *software* numérico para determinar o valor de Δt_2 a partir de (76).

3.5.2.3 Ganho Estático

O ganho estático pode ser determinado a partir do valor médio da tensão no indutor acoplado. As expressões que serão demonstradas a seguir são escritas em função dos tempos determinados na seção 3.5.2.2. Sugere-se um cálculo iterativo dessas equações para determinar simultaneamente as variáveis. Exemplos de códigos que podem ser utilizados estão apresentadas no Apêndice A.

Para a sub-região R2-a, a tensão média no indutor acoplado será igual a (77).

$$V_{Lmed} = \frac{1}{T} \cdot \left[V_{i} \cdot (2 \cdot \Delta t_{1} + 2 \cdot \Delta t_{2} + \Delta t_{3}) - \frac{V_{o}}{n} \cdot (\Delta t_{3} + \Delta t_{1}) + k \cdot V_{i} \cdot (\Delta t_{2}) + \frac{(V_{i} \cdot n - V_{o}) \cdot k}{n \cdot (k+1)} \cdot (\Delta t_{3}) \right] = 0$$
⁽⁷⁷⁾

Isolando o valor do ganho estático, obtém-se a relação (78) para a sub-região R2-a.

$$\frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{n \cdot \left[2 \cdot \Delta t_{1} \cdot (1+k) + \Delta t_{2} \cdot (k \cdot \Delta t_{2} + 3 \cdot k + 2) + \Delta t_{3} \cdot (1+2 \cdot k)\right]}{\Delta t_{1} + \Delta t_{2} + \Delta t_{2} \cdot k}$$
(78)

Para a sub-região R2-b, a tensão média no indutor acoplado pode ser escrita como (79).

$$V_{\text{Lmed}} = \frac{1}{T} \cdot \left[V_{\text{i}} \cdot (2 \cdot \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3) - \frac{V_{\text{o}}}{n} \cdot (\Delta t_1 + 2 \cdot \Delta t_2 + \Delta t_3) + \frac{(V_{\text{i}} \cdot n - V_{\text{o}}) \cdot k}{n \cdot (k+1)} \cdot (\Delta t_3) \right] = 0$$
⁽⁷⁹⁾

Isolando o valor do ganho estático, obtém-se a relação (80) para a sub-região R2-a.

$$\frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{n \cdot \left[\left(2 \cdot \Delta t_{1} + \Delta t_{2} + \Delta t_{3}\right) \cdot \left(1 + k\right) + \Delta t_{3} \cdot k\right]}{\left(\Delta t_{1} + \Delta t_{2} + \Delta t_{3}\right) \cdot \left(1 + k\right) + \Delta t_{3} \cdot k}$$
(80)

3.5.2.4 Ondulação da Corrente de Entrada

O cálculo da ondulação da corrente de entrada pode ser realizado a partir da soma das ondulações em cada fase do indutor acoplado para uma etapa escolhida. Para a sub-região R2a, opta-se pela 3^a etapa referente ao intervalo de tempo Δt_3 , enquanto para a sub-região R2-b, pela 1^a etapa referente ao intervalo de tempo Δt_1 .

Para a sub-região R2-a, a ondulação pode ser obtida através de (81).

$$\Delta I_{i_{R2}-a} = \frac{2 \cdot (V_o \cdot k + V_i \cdot n) \cdot (2 - 3 \cdot D)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (1 - k) \cdot (k + 1)}$$
⁽⁸¹⁾

Para a sub-região R2-b, a ondulação pode ser obtida através de (82).

$$\Delta I_{i_{R2}-b} = \frac{(2 \cdot V_i \cdot n + 2 \cdot V_i \cdot k \cdot n + V_o + 3 \cdot V_o \cdot k) \cdot (3 \cdot D - 1)}{3 \cdot L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^2 + k + 1)}$$
(82)

3.6 Limite de Descontinuidade da Região R2

Para analisar o limite de descontinuidade de R2, considera-se apenas a sub-região R2b, em que a corrente do diodo se encontra mais próxima do MCC em relação as demais. Nessa situação, os ganhos estáticos do MCC e MCD são equivalentes e apenas dois intervalos de tempo existem: $\Delta t_1 e \Delta t_2$. Dessa maneira, as equações (55) e (56) são válidas.

Considerando a equação (76) válida para o MCD, ao substituir as equação (55) e (56) e o ganho estático do MCC presente em (54), obtém-se um equacionamento para $R_{crítico}$ ao se isolar o valor de R_0 . Para $R_0 > R_{crítico}$, o modo de condução será descontínuo. Para $R_0 < R_{crítico}$, o modo de condução será contínuo.

$$R_{crítico} = \frac{6 \cdot D \cdot L \cdot f \cdot n^2 \cdot (-2k^2 + k + 1)}{(4 - 3 \cdot D) \cdot (4 \cdot D - 2 \cdot k + 2 \cdot D \cdot k + 3 \cdot D^2 \cdot k - 3 \cdot D^2)}$$
(83)

Pode-se também delimitar a condução crítica através de $k_{crítico}$ ao isolar o valor de k da equação (83) e substituir $R_{crítico}$ por R_o . Se $k > k_{crítico}$, o modo de condução é descontínuo. Se k $< k_{crítico}$, o modo de condução é contínuo.

3.7 Análise da Região R3 no MCC

No MCC da região R3, assim como nas outras regiões, é possível observar 6 etapas de funcionamento distintas de acordo com o momento de condução das chaves. No R3, até 3 etapas conduzem simultaneamente com uma razão cíclica maior que 2/3.

3.7.1 Etapas de Operação

As etapas de operação podem ser vistas na Figura 23. Antes da primeira etapa, a chave S_1 estava aberta e o diodo D_1 estava conduzindo.

a) Primeira etapa (t_0 , t_1): inicia quando a chave S_1 fecha enquanto S_2 e S_3 estão conduzindo. A tensão sobre todos os enrolamentos do indutor acoplado é V_i , imposta pelo primário e todos os diodos estão bloqueados. As correntes nos indutores acoplados crescem nessa etapa.



Figura 23 - Etapas de operação para região R3 no MCC. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa.

Segunda etapa (t₁, t₂): inicia-se com a abertura da chave S₂, mantendo S₁ e S₃ em condução. As correntes nos enrolamentos 1 e 3 crescem, assim como na primeira etapa, enquanto a corrente sobre o enrolamento 2 decresce. A tensão nesta bobina é $-V_0/n$ imposta pelo lado secundário e os diodos D₁ e D₃ estão bloqueados.

A terceira (t_2, t_3) e quinta etapa (t_4, t_5) são semelhantes a primeira, enquanto a quarta (t_3, t_4) e a sexta etapa (t_5, t_6) são similares à segunda, modificando apenas as chaves que estão conduzindo. Após o sexto estágio, o período de funcionamento do conversor está completo.

As principais formas de onda em regime permanente para a região R3 no modo de condução contínua podem ser observadas na Figura 24.

3.7.2 Análise Matemática

Assim como nas outras regiões, considera-se a versão não isolada do conversor presente na Figura 7.



Figura 24 - Principais formas de onda teóricas para o MCC da região R3.

3.7.2.1 Ganho Estático

Para determinar o ganho estático do conversor, será considerada a forma de onda da tensão sobre uma bobina do indutor v_L , presente na Figura 24. A tensão média sobre esse indutor pode ser determinada por (84). Em regime permanente, a tensão sobre um indutor deve ser nula.

$$V_{Lmed} = \frac{1}{T_{S}} \cdot \left[\int_{0}^{D \cdot T_{S}} V_{i} dt + \int_{0}^{(1-D) \cdot T_{S}} - \frac{V_{o}}{n} dt \right] = 0$$
(84)

Resolvendo a integral e reorganizando os termos da equação (84), o ganho estático será descrito por (85). Nota-se que essa expressão é igual à obtida para região R2 e R1.

$$\frac{V_o}{V_i} = n \cdot \frac{D}{(1-D)}$$
(85)

3.7.2.2 Variação de Corrente no Indutor Acoplado

Para o cálculo da variação da corrente no indutor, considera-se a equação da tensão em uma bobina de um indutor acoplado, apresentada em (5), em que a indutância mútua é M = $k \cdot L$, como demonstrado em (8). Observando a Figura 24, é possível determinar os intervalos de tempo $\Delta t_1 e \Delta t_2$ como nas equações (86) e (87).

$$\Delta t_1 = \left(D - \frac{2}{3} \right) \cdot T_s \tag{86}$$

$$\Delta t_2 = (1 - D) \cdot T_s \tag{87}$$

Existem dois casos possíveis a se considerar no momento de calcular a variação de corrente:

- a) Caso 1: três chaves estão conduzindo;
- b) Caso 3: duas chaves estão conduzindo.

No primeiro caso, em que $\Delta t = \Delta t_1$, a tensão sobre todos os enrolamentos do indutor é igual a V_i. Substituindo esse valor e a expressão (86) na equação (5), ao se isolar as variações de corrente, obtém-se (88).

$$\Delta I_{Lcf_{1}} = \frac{V_{i} \cdot (3D - 2)}{3 \cdot L \cdot f \cdot (2k + 1)}$$
(88)

No segundo caso, em que $\Delta t = \Delta t_2$, os enrolamentos das fases com chave fechada possuem tensão V_i, enquanto o outro enrolamento possui tensão -V₀/n. Assim, a equação (5) ficará como (89).

$$\begin{bmatrix} V_{i} \\ -V_{o}/n \\ V_{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t_{2}} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf} \\ \Delta I_{Lca} \\ \Delta I_{Lcf} \end{bmatrix}$$
(89)

Isolando as variações e considerando a equação (87), obtém-se (90).

$$\Delta I_{Lcf_2} = \frac{(V_0 \cdot k + V_i \cdot n) \cdot (1 - D)}{L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^2 + k + 1)}$$

$$\Delta I_{Lca_2} = \frac{(2 \cdot V_i \cdot k \cdot n + V_0 + V_0 \cdot k) \cdot (1 - D)}{L \cdot n \cdot f \cdot (-2k^2 + k + 1)}$$
(90)

3.7.2.3 Ondulação de Corrente na Entrada

A ondulação da corrente de entrada pode ser determinada através da soma das ondulações em cada fase do indutor acoplado, para a primeira ou segunda etapa. Considerando a primeira, a ondulação de corrente será dada por (91).

$$\Delta I_{i} = \frac{V_{i} \cdot (3D - 2)}{L \cdot f \cdot (2k + 1)}$$
⁽⁹¹⁾

3.8 Análise da Região R3 no MCD

No MCD, a corrente do diodo de uma fase se anula antes da abertura da chave dessa mesma fase. Diferente das outras regiões, não existem sub-regiões em R3.

3.8.1 Etapas de Operação

É possível observar 9 etapas de funcionamento distintas para o MCD, como pode ser observado na Figura 25. Antes da primeira etapa, a chave S_3 está aberta e todos os diodos estão bloqueados.

a) Primeira etapa (t_0 , t_1): se inicia quando a chave S₁ fecha, mantendo todas as chaves conduzindo. Essa etapa é semelhante a primeira etapa do MCC e pode ser vista na Figura 25(a).

b) Segunda etapa (t_1, t_2) : na etapa 2, a chave S₂ abre, mantendo S₁ e S₃ em condução e os diodos D₁ e D₃ bloqueados. Essa etapa é semelhante a segunda etapa do MCC e pode ser vista na Figura 25(b).

c) Terceira etapa (t₂, t₃): inicia-se quando a corrente em D₂ se anula enquanto a chave S₂ se mantém aberta. A tensão na bobina 2, para essa etapa, é induzida através do núcleo magnético e assumirá o valor de $2 \cdot k \cdot V_i/(1+k)$. Essa etapa pode ser melhor observada na Figura 25(c).


Figura 25 - Etapas de operação para região R3 no MDC. (a) Primeira etapa. (b) Segunda etapa. (c) Terceira etapa. (d) Quarta etapa. (e) Quinta etapa. (f) Sexta etapa. (g) Sétima etapa. (h) Oitava etapa. (i) Nova etapa.

A quarta (t_3, t_4) e sétima etapa (t_6, t_7) são semelhantes a primeira, a sexta (t_5, t_6) oitava etapa (t_7, t_8) são semelhantes a segunda e a sexta (t_5, t_6) e nona etapa (t_8, t_9) são semelhantes a terceira, com diferença apenas nas chaves que estão conduzindo e, consequentemente, diodos que estão bloqueando. Após o nono estágio, o período de funcionamento do conversor está completo.

As principais formas de onda em regime permanente para a região R3 no modo de condução contínua podem ser observadas na Figura 26.

3.8.2 Análise Matemática

A análise matemática do conversor no MCD da região R3 terá como base a equação da tensão sobre uma bobina do indutor acoplado apresentado em (5).

3.8.2.1 Variações de Corrente no Indutor Acoplado

Assim como no MCC, para determinar as variações da corrente no indutor acoplado, deve-se observar a tensão sobre os enrolamentos no intervalo de tempo desejado e substituir em (5). Existem 3 casos possíveis que determinarão o equacionamento da variação. São eles:

- a) Caso 1: três chaves conduzindo e três diodos bloqueados;
- b) Caso 2: duas chaves conduzindo e dois diodos bloqueados;
- c) Caso 3: duas chaves conduzindo e três diodos bloqueados.



Figura 26 - Principais formas de onda teóricas para região R3 no MCD.

O caso 1 é semelhante ao caso homônimo do MCC, presente na equação (88). Reescrevendo-a em termos do intervalo de tempo, obtém-se (92).

$$\Delta I_{Lcf_{-1}} = \frac{V_i}{L \cdot f \cdot (2k+1)} \cdot \Delta t$$
⁽⁹²⁾

O caso 2 também é semelhante ao caso homônimo do MCC, presente na equação (90). Resolvendo-a em função do intervalo de tempo, obtém-se as expressões em (93).

$$\Delta I_{Lcf_{2}} = \frac{(V_{o} \cdot k + V_{i} \cdot n)}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \cdot \Delta t$$

$$\Delta I_{Lca_{2}} = \frac{(2 \cdot V_{i} \cdot k \cdot n + V_{o} + V_{o} \cdot k)}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)} \cdot \Delta t$$
⁽⁹³⁾

Para o caso 3, nas fases em que as chaves estão conduzindo, a tensão sobre os enrolamentos do indutor é V_i, enquanto no enrolamento da outra fase é $2 \cdot k \cdot V_i/(1+k)$. Para esta última bobina, a variação de corrente é nula. Dessa maneira, considerando a equação (5) da tensão em uma bobina de um indutor acoplado e a equação (8) que define a indutância mútua em função do fator de acoplamento, obtém-se .

$$\begin{bmatrix} V_{i} \\ V_{i} \\ \frac{2 \cdot k \cdot V_{i}}{1+k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & k \cdot L & k \cdot L \\ k \cdot L & L & k \cdot L \\ k \cdot L & k \cdot L & L \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \Delta I_{Lcf_{-3}} \\ \Delta I_{Lcf_{-3}} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(94)

Isolando o valor das variações e realizando as simplificações necessárias, a equação (94), torna-se (95).

$$\Delta I_{Lcf_{-3}} = \frac{V_i}{L \cdot (k+1)} \cdot \Delta t$$
⁽⁹⁵⁾

3.8.2.2 Intervalos de Tempo

Como mostrado na Figura 26, é possível delimitar três intervalos de tempo para o MCD. O intervalo Δt_1 é o mesmo do MCC e, portanto, a equação (86) é válida. O intervalo Δt_3 pode ser expresso em função de Δt_2 como na equação (96).

$$\Delta t_3 = (1 - D) \cdot T - \Delta t_2 \tag{96}$$

Para determinar o valor de Δt_2 , considera-se a forma de onda da corrente no diodo, i_D. O valor médio dessa corrente pode ser determinado através de (97) ao se desconsiderar a ondulação da indutância mútua do transformador.

$$n \cdot I_{Dmed} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\Delta I_{Lca_2} \cdot \Delta t_2}{2}$$
⁽⁹⁷⁾

Substituindo o valor da variação presente em (93), escrevendo I_{Dmed} em termos de V_o e R_o e isolando o valor de Δt_2 , obtém-se uma expressão para esse intervalo em (98).

$$\Delta t_{2} = \sqrt{\frac{2 \cdot n \cdot V_{o} \cdot L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)}{3 \cdot R_{o} \cdot f \cdot (2 \cdot V_{i} \cdot k \cdot n + V_{o} + V_{o} \cdot k)}}$$
(98)

3.8.2.3 Ganho Estático

O ganho estático pode ser determinado através da tensão média no indutor acoplado, que deve ser nula em regime permanente. As expressões que serão demonstradas a seguir são escritas em função dos intervalos de tempos determinados na seção anterior. Sugere-se um cálculo iterativo dessas equações para determinar simultaneamente o ganho e os intervalos de tempo. Exemplos de códigos que podem ser utilizados estão apresentados no Apêndice A.

A tensão média no indutor por ser escrita como em (99).

$$V_{Lmed} = \frac{1}{T} \cdot \left[V_i \cdot (3 \cdot \Delta t_1 + 2 \cdot \Delta t_2 + 2 \cdot \Delta t_3) - \frac{V_o}{n} \cdot \Delta t_2 + \frac{2 \cdot k \cdot V_i}{(k+1)} \cdot \Delta t_3 \right] = 0$$
⁽⁹⁹⁾

Isolando o valor do ganho, obtém-se a relação (100) o para o MCD de R3.

$$\frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{n \cdot \left[(3 \cdot \Delta t_{1} + 2 \cdot \Delta t_{2} + 2 \cdot \Delta t_{3}) \cdot (k+1) + 2 \cdot k \cdot \Delta t_{3} \right]}{\Delta t_{2} \cdot (k+1)}$$
(100)

3.8.2.4 Ondulação da Corrente de Entrada

A ondulação da corrente de entrada pode ser obtida a partir da soma das ondulações em cada fase do indutor acoplado para a primeira e terceira etapa ou para a segunda etapa. Optando-se pela segunda etapa e considerando a equação (94), a ondulação da corrente da entrada pode ser expressa por (101).

$$\Delta I_{i} = \frac{(2 \cdot V_{i} \cdot k \cdot n - 2 \cdot V_{i} \cdot n + V_{o} - V_{o} \cdot k) \cdot \Delta t_{2}}{L \cdot n \cdot (-2k^{2} + k + 1)}$$
(101)

3.9 Limite de Descontinuidade da Região R3

Na condução crítica, os ganhos estáticos do MCC e MCD são equivalentes e apenas dois intervalos de tempo existem: Δt_1 e Δt_2 . Dessa forma, as equações (86) e (87) são válidas.

Considerando a equação (98) válida para o MCD e substituindo as equações (85), do ganho estático, e (86) e (87), dos intervalos de tempo, ao isolar o valor de R_0 obtém-se um equacionamento para $R_{crítico}$ em (102). Para $R_0 > R_{crítico}$, o modo de condução será descontínuo. Para $R_0 < R_{crítico}$, o modo de condução será contínuo.

$$R_{crítico} = \frac{2 \cdot D \cdot L \cdot f \cdot n^2 \cdot (-2k^2 + k + 1)}{3 \cdot (D - 1)^2 \cdot (D + 2 \cdot k - D \cdot k)}$$
(102)

É possível delimitar a descontinuidade através de $k_{crítico}$ ao isolar o valor de k da equação (102) e substituir $R_{crítico}$ por R_o . Se $k > k_{crítico}$, o modo de condução é descontínuo. Se $k < k_{crítico}$, o modo de condução é contínuo.

4 DIMENSIONAMENTO E SIMULAÇÃO DO CONVERSOR NO MCC DA REGIÃO R3

Objetivando comprovar as formas de ondas e expressões obtidas para o conversor proposto, foram realizadas simulações utilizando um *software* de simulação de circuitos elétricos. Para isso, e considerando uma futura implementação de um protótipo, optou-se pela região R3, por apresentar os maiores esforços de tensão e corrente nos dispositivos, com operação no modo de condução contínua. Desse modo, os componentes a serem escolhidos para compor o protótipo já serão adequados para outras regiões.

4.1 Exemplo Numérico

Alguns parâmetros iniciais são definidos conforme a Tabela 4 a seguir. Optou-se por uma razão cíclica de 0,8 para assegurar a operação na região R3.

Parâmetro	Valor
Р	500 W
Vi	80 V
Vo	400 V
D	0,8
f	30 kHz
ΔI_i	0,95% I _i

Tabela 4 - Parâmetros iniciais do conversor para o exemplo numérico.

Inicialmente, calcula-se a relação de transformação através da equação do ganho estático do MCC apresentado em (85). Considerando os parâmetros da Tabela 4, pode-se determinar n como em (103).

$$n = \frac{V_{o} \cdot (1 - D)}{V_{i} \cdot D} = \frac{400 \cdot (1 - 0.8)}{80 \cdot 0.8} = 1.25$$
(103)

A resistência de carga pode ser determinada através da potência nominal do conversor e a tensão de saída, como mostrado em (104).

$$R_{o} = \frac{V_{o}^{2}}{P} = \frac{400^{2}}{500} = 320 \ \Omega \tag{104}$$

A ondulação da corrente de entrada no MCC da região R3 pode ser calculada através da equação (91). Ela é inversamente proporcional à indutância L e ao fator de acoplamento k.

Dessa forma, é possível obter diversas combinações de valores desses dois parâmetros de modo que a ondulação desejada seja obtida.

No entanto, deve-se ater a possibilidade de passagem de modos de condução de acordo com os valores escolhidos. Uma maneira de determinar os parâmetros é determinar o quão próximo deseja-se trabalhar do limite de descontinuidade.

De acordo com a equação (91), quando maior o valor de k e L, menor o valor da ondulação ΔI_i . Entretanto, como visto na seção 3.9, para k maior que k_{crítico}, o modo de condução se torna descontínuo e a equação (101) é válida para ΔI_i . Observa-se que, diferente do MCC, a ondulação de corrente no MCD depende do valor de V_o que se torna cada vez maior conforme se trabalha em descontinuidade profunda, ou seja, muito longe da condução crítica, o que torna cada vez mais difícil manter uma baixa ondulação. Essa situação é ilustrada na Figura 27, em que os parâmetros obtidos até esse ponto foram considerados.



Figura 27 - Ondulação da corrente de entrada em função de k (Vi = 80 V, f = 40 kHz, L = 5 mH, R_0 = 320 Ω).

Para esse exemplo numérico, será considerado um k com valor próximo a 90% do $k_{crítico}$. Com a equação de ondulação de corrente presente em (91) e a equação do limite de descontinuidade em (102), é possível realizar um processo iterativo para obter simultaneamente os valores de L e k. No Apêndice B, apresenta-se uma proposta de código para encontrar esses valores e sua lógica está resumida no fluxograma da Figura 28. Para k = $0,90 \cdot k_{crítico}$ e $\Delta I_i = 0,0095 \cdot I_i = 0,0095 \cdot 6,25 \cong 0,0594$, obtém-se (105).

$$L \cong 5 \text{ mH}$$
$$k \cong 0.85 \tag{105}$$

 $k_{crítico} \cong 0,94$

Figura 28 - Fluxograma para cálculo de L e k.



4.2 Simulações do Conversor

O esquemático da simulação pode ser observado na Figura 29 a seguir e as principais formas de onda obtidas podem ser vistas na Figura 30, Figura 31, Figura 32 e Figura 33. É possível notar que os formatos foram semelhantes aos previstos teoricamente pela Figura 24

Para a tensão no indutor, como pode ser visto na Figura 30, obteve-se os patamares de tensão esperados de $V_i = 80$ e $-V_o/n = -320$. Para a corrente, o valor médio obtido através de simulação foi de 2,083 A, idêntico ao valor esperado: $I_i/3 = 6,25/3 = 2,083$ A. A ondulação máxima simulada foi 1,797 A, bem próximo ao valor teórico de 1,798 A. O valor da corrente eficaz foi de 2,170 A e de pico 2,980 A.

Figura 29 - Esquemático de simulação do conversor.



Figura 30 - Tensão e corrente simuladas no indutor acoplado para uma fase.



Para a tensão na chave obteve-se o patamar $V_{Smax} = V_i + V_o/n = 400$ V pela simulação, como pode ser visto na Figura 31. Para a corrente, o valor médio obtido foi de 2,087 A e eficaz de 2,400 A.



Figura 31 - Tensão e corrente simuladas na chave para uma fase.

Para o diodo, a tensão simulada obteve o patamar esperado de $V_{Dmax} = n \cdot V_i + V_o = 500$ V, como pode ser visto na Figura 32. Para a corrente, o valor médio obtido através de simulação foi 0,414 A, próximo ao valor esperado: $I_0/3 = 0,417$ A. O valor da corrente eficaz foi 0,944 A.



Figura 32 - Tensão e corrente simuladas no diodo para uma fase.

A tensão de saída simulada, com patamar de 400 V, bem como a corrente de entrada podem ser observadas na Figura 33. Para ΔI_i , obteve-se 0,0593 A na simulação, valor bem próximo ao calculado de 0,0592 A.



Figura 33 - Tensão de saída e corrente de entrada simuladas.

4.3 Projeto Físico do Indutor Acoplado

Para o projeto físico do indutor, tomou-se como referência Barbi, Font e Alves (2002). Na Tabela 5 estão apresentadas algumas especificações iniciais que foram consideradas para o dimensionamento das variáveis.

Especificações	Valores
Densidade de Fluxo Máxima (B _{max})	0,3 T
Densidade de Corrente Máxima (J _{max})	350 A/cm ²
Fator de Utilização da Área do Núcleo (kw)	0,7

Tabela 5 - Especificações iniciais para o dimensionamento das variáveis do projeto físico do indutor.

4.3.1 Escolha do Núcleo

Para determinar o núcleo apropriado para o indutor, utiliza-se a expressão definida em (106), em que A_e é a área efetiva da perna do núcleo e A_w é a área disponível na janela do carretel, como ilustrado na Figura 34. O fator 3 que multiplica a equação está presente devido aos três enrolamentos que irão compor o indutor acoplado. Deve-se escolher um núcleo com um valor maior de A_eA_w do que o encontrado nos cálculos (BARBI, FONT e ALVES, 2002).

$$A_{e}A_{w} = 3 \cdot \frac{L \cdot I_{pico} \cdot I_{eficaz}}{B_{max} \cdot J_{max} \cdot k_{w}} \cdot 10^{4}$$
⁽¹⁰⁶⁾

Considerando o exemplo numérico da seção 4.1, a equação (106) assume o valor de (107).

$$A_{e}A_{w} = 3 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,980 \cdot 2,170}{0,3 \cdot 350 \cdot 0,7} \cdot 10^{4} = 12,4 \text{ cm}^{4}$$
(107)

Figura 34 - Núcleo e carretel do tipo E.



Fonte: (BARBI, FONT e ALVES, 2002).

Optou-se pela utilização de dois núcleos de ferrite E-55 em paralelo, com os parâmetros efetivos da Tabela 6. Dessa maneira, o valor que será de fato considerado para A_eA_w é mostrado em (108).

$$A_e A_w = 7,08 \cdot 2,5 = 17,7 \text{ cm}^4$$
 (108)

Ae	A_{w}	lespira	Vnúcleo
$7,08 \text{ cm}^2$	$2,5 \text{ cm}^2$	23,2 cm	85 cm^3

Tabela 6 - Parâmetros efetivos do núcleo utilizado (dois E-55 em paralelo).

4.3.2 Cálculo do Número de Espiras

O número de espiras pode ser determinado a partir da equação (109) a seguir, em que são substituídos os valores do exemplo numérico, bem como o valor de A_e para o núcleo escolhido. Como L representa a indutância própria, o valor de N é válido para cada espira do indutor.

$$N = \frac{L \cdot I_{pico}}{B_{max} \cdot A_{e}} \cdot 10^{4} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,980}{0,3 \cdot 7,08} \cdot 10^{4} \cong 66 \text{ espiras}$$
(109)

4.3.3 Cálculo do Entreferro

Em indutores, torna-se interessante a utilização do entreferro para aumentar a relutância do núcleo e, por conseguinte, linearizar mais a estrutura. Manter somente a relutância do núcleo faz com que a indutância seja proporcional apenas à permeabilidade do núcleo, parâmetro muito dependente da temperatura e do ponto de operação (BARBI, FONT e ALVES, 2002). Como a relutância do entreferro é muito maior que a do núcleo, essas variações diminuem significativamente.

O cálculo do entreferro pode ser obtido a partir de (110), em que μ_0 é a permeabilidade do ar.

$$l_{e} = \frac{N^{2} \cdot \mu_{0} \cdot A_{e}}{L} \cdot 10^{-1} = \frac{66^{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 7,08}{5 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-1} = 0,78 \text{ mm}$$
(110)

4.3.4 Dimensionamento dos Condutores

Para altas frequências, deve-se considerar o efeito pelicular no condutor, em que a corrente tende a fluir para a periferia do condutor, reduzindo a área efetiva do fio. Dessa maneira, calcula-se o valor da profundidade de penetração, dado pela expressão (111), e o condutor utilizado não deve possuir diâmetro superior ao valor de $2\cdot\Delta$ (BARBI, FONT e ALVES, 2002). O condutor escolhido foi o AWG 22 e seus dados estão presentes na Tabela 7.

$$\Delta = \frac{7.5}{\sqrt{f}} = \frac{7.5}{\sqrt{40.000}} = 0,0375 \text{ cm}$$
(111)

Diâmetro	Área do	Área do	Resistividade	Resistividade
do Cobre	Cobre	Isolamento	20°C	100°C
0,064 cm	$0,003255 \text{ cm}^2$	$0,004013 \text{ cm}^2$	0,000530 Ω/°C	0,000708 Ω/°C

Tabela 7 - Fio esmaltado AWG 22.

Em posse do diâmetro do condutor, deve-se calcular a quantidade de condutores em paralelo capazes de conduzir a corrente do circuito sem que haja superaquecimento. A área de cobre total da seção para o AWG 22 é 0,003255 cm², como pode ser observado na Tabela 7. Para conduzir a corrente que passa pelo fio, a bitola necessária deve ser maior ou igual a (112).

$$S_{fio} = \frac{I_{eficaz}}{J_{max}} = \frac{2,170}{350} = 0,0062 \text{ cm}^2$$
 (112)

O número de condutores será determinado pela razão entre as duas áreas, como dado em (113). O resultado final deve estar arredondado para um inteiro igual ao maior ao resultado obtido.

$$n_{\text{condutores}} = \frac{S_{\text{fio}}}{S_{\text{cond}}} = \frac{0,0062}{0,003255} = 2 \text{ condutores}$$
 (113)

4.3.5 Elevação de Temperatura

Para determinar a elevação da temperatura do indutor, é necessário encontrar as perdas no cobre, devido ao efeito Joule, e no núcleo, devido principalmente a histerese.

A resistência do cobre é dada pela expressão (114), em que: ρ_{fio} é a resistividade do fio a 100°C, dado na Tabela 7; e l_{espira} é o comprimento médio de uma espira, variável para o núcleo utilizado. Para dois núcleos em paralelo do E-55, l_{espira} será 23,2 cm.

$$R_{cobre} = \frac{\rho_{fio} \cdot l_{espira} \cdot N}{n_{condutores}} = \frac{0,000708 \cdot 23,2 \cdot 66}{2} = 0,542 \,\Omega \tag{114}$$

Dessa forma, as perdas Joule no cobre, considerando os três enrolamentos, será (115).

$$P_{\text{cobre}} = R_{\text{cobre}} \cdot I_{\text{eficaz}}^2 = 3 \cdot 0,542 \cdot 2,170^2 = 7,657 \text{ W}$$
(115)

Já as perdas no núcleo, será calculada através da equação (117), em que ΔB é a variação da densidade de fluxo dada pela equação (116), K_h é o coeficiente de perdas por histerese igual a 4·10⁻⁵, K_f é o coeficiente de perdas por corrente parasitas igual a 4·10⁻¹⁰ e V_{núcleo} é o volume do núcleo que, para o caso utilizado, assume o valor de 85 cm³.

$$\Delta B = \frac{L \cdot \Delta I_L \cdot 10^4}{N \cdot A_e} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,797 \cdot 10^4}{66 \cdot 7,08} = 0,192 \text{ T}$$
(116)

$$P_{n\text{úcleo}} = \Delta B^{2,4} \cdot (K_{h} \cdot f + K_{f} \cdot f^{2}) \cdot V_{n\text{úcleo}}$$

= 0,192^{2,4} \cdot (4 \cdot 10^{-5} \cdot 40000 + 4 \cdot 10^{-10} \cdot 40000^{2}) \cdot 85
= 3,64 W (117)

Obtém-se a elevação de temperatura pela resistência térmica do núcleo em (118).

$$Rt_{núcleo} = 23 \cdot (A_e A_w)^{-0.37} = 23 \cdot (17,7)^{-0.37} = 7,943^{\circ}C/W$$
(118)

Finalmente, a elevação de temperatura pode ser calculada por (119).

$$\Delta T = (P_{\text{cobre}} + P_{\text{núcleo}}) \cdot Rt_{\text{núcleo}} = (7,657 + 3,64) \cdot 7,943 = 79,77^{\circ}C$$
⁽¹¹⁹⁾

4.3.6 Possibilidade de Execução

É necessário verificar a possibilidade de execução do projeto do indutor, ou seja, descobrir se é possível colocar os enrolamentos na janela do núcleo. A janela mínima necessária para o projeto é dada por (120), já considerando as 3 bobinas, em que $S_{fio_isolado}$ é dado na Tabela 7.

$$Aw_{min} = \frac{3 \cdot N \cdot n_{condutores} \cdot S_{fio_isolado}}{k_{w}} = \frac{3 \cdot 66 \cdot 2 \cdot 0,004013}{0,7} = 2,27 \text{ cm}^{2}$$
(120)

O cálculo da possibilidade de execução pode ser realizado a partir da equação (121). Esse valor deve ser menor que 1.

Exec =
$$\frac{A_{w_{\min}}}{A_w} = \frac{2,27}{2,5} = 0,9$$
 (121)

4.4 Projeto Físico dos Transformadores

O projeto físico do transformador é semelhante ao do indutor, entretanto outras variáveis são levadas em consideração. Na Tabela 8 estão apresentadas algumas especificações iniciais que foram tomadas para o dimensionamento das variáveis.

Especificações	Valores
Densidade de Fluxo Máxima (B _{max})	0,18 T
Densidade de Corrente Máxima (J _{max})	400 A/cm ²
Fator de Utilização da Área do Núcleo (k _w)	0,4
Fator de Util. da Área do Enrolamento (k _p)	0,5

Tabela 8 - Especificações iniciais para o dimensionamento das variáveis do projeto físico dos transformadores.

4.4.1 Escolha do Núcleo

Para determinar o núcleo apropriado para o indutor, utiliza-se a expressão definida em (122), em que V_m é a tensão magnetizante, para o intervalo de tempo Δt , N é a quantidade de espiras do transformador, N_p é a quantidade de espiras na bobina primária e $I_{Peficaz}$ é a corrente eficaz na bobina primária. A etapa escolhida foi $\Delta t = D \cdot T$ no lado primário, em que $V_m = V_i$.

$$A_{e}A_{w} = \frac{V_{m} \cdot \Delta t \cdot N_{p} \cdot I_{p}}{N \cdot k_{p} \cdot k_{w} \cdot B_{max} \cdot J_{max}} \cdot 10^{4} = \frac{V_{i} \cdot D \cdot I_{p}}{k_{p} \cdot k_{w} \cdot B_{max} \cdot J_{max} \cdot f}$$
(122)

Considerando o exemplo numérico da seção 4.1, a equação (122) assume o valor de (123).

$$A_{e}A_{w} = \frac{80 \cdot 0.8 \cdot 1.06}{0.5 \cdot 0.4 \cdot 0.18 \cdot 400 \cdot 40000} \cdot 10^{4} = 1.18 \text{ cm}^{4}$$
(123)

Optou-se pela utilização do núcleo de ferrite E-42/15 que possui os parâmetros da Tabela 9. Dessa maneira, o valor que será, de fato, considerado para A_eA_w é mostrado em (124).

$$A_e A_w = 1,81 \cdot 1,57 = 17,7 \text{ cm}^4$$
 (124)

Tabela 9 - Parâmetros efetivos do núcleo E-42/15.

A _e	A_{w}	l _{espira}	Vnúcleo
$1,81 \text{ cm}^2$	$1,57 \text{ cm}^2$	9,7 cm	$17,10 \text{ cm}^3$

4.4.2 Cálculo do Número de Espiras

O número de espiras do lado primário pode ser determinado a partir da equação (125).

$$N_{p} = \frac{V_{m} \cdot \Delta t}{B_{max} \cdot A_{e}} \cdot 10^{4} = \frac{V_{i} \cdot D}{B_{max} \cdot A_{e} \cdot f} \cdot 10^{4} = \frac{80 \cdot 0.8}{0.18 \cdot 1.81 \cdot 4000} \cdot 10^{4}$$

$$\cong 49 \text{ espiras}$$
(125)

Para o lado secundário, em (126), considera-se a relação de transformação desejada, n.

$$N_{\rm S} = n \cdot N_{\rm p} = 1,25 \cdot 49 \cong 61 \text{ espiras}$$
(126)

4.4.3 Dimensionamento dos Condutores

As correntes nos transformadores também operam em 40 kHz e, devido a isso, possuirá o mesmo valor de profundidade de penetração que o indutor. Dessa maneira, utilizase o mesmo condutor, o AWG 22.

Para a bobina primária, a área total do cobre para conduzir a corrente é dada por (127).

$$S_{fio_p} = \frac{I_{p_{eficaz}}}{J_{max}} = \frac{1,06}{400} = 0,00265 \text{ cm}^2$$
 (127)

Para a bobina secundária, a área total do cobre para conduzir a corrente é igual a (128).

$$S_{\text{fio}_{\text{S}}} = \frac{I_{\text{S}_{\text{eficaz}}}}{J_{\text{max}}} = \frac{0,944}{400} = 0,00236 \text{ cm}^2$$
 (128)

O número de condutores para o enrolamento primário é determinado por (129) e para o secundário, por (130). O valor de S_{cond} pode ser obtido na Tabela 7.

$$n_{\text{condutores } P} = \frac{S_{\text{fio} P}}{S_{\text{cond}}} = \frac{0,00265}{0,003255} = 1 \text{ condutor}$$
 (129)

$$n_{\text{condutores}_{S}} = \frac{S_{\text{fio}_{S}}}{S_{\text{cond}}} = \frac{0,00236}{0,003255} = 1 \text{ condutor}$$
 (130)

4.4.4 Possibilidade de Execução

A possibilidade de execução do projeto dos transformadores será dada pela equação (131). A informação de S_{fio_isolado} está presente na Tabela 7.

$$Aw_{\min} = \frac{N_{P} \cdot n_{condutores_{P}} \cdot S_{fio_{isolado}} + N_{S} \cdot n_{condutores_{S}} \cdot S_{fio_{isolado}}}{k_{w}}$$
$$= \frac{49 \cdot 1 \cdot 0,004013 + 61 \cdot 1 \cdot 0,004013}{0,4} = 1,11 \text{ cm}^{2}$$
(131)

O cálculo da possibilidade de execução pode ser realizado a partir da equação (132).

Exec
$$= \frac{A_{w\min}}{A_w} = \frac{1,11}{1,57} = 0,7$$
 (132)

4.5 Perdas nos Semicondutores

Nesta seção, serão descritos os cálculos de perdas nas chaves e nos diodos do conversor. A partir da tensão máxima sobre a chave e considerando uma margem de cerca de 50% acima desse valor, foi escolhido o MOSFET SPA17N80C3. Já o diodo selecionado foi o IDH02G120C5, um diodo *schottky* de carbeto de silício (SiC, *silicon carbide*).

4.5.1 Perdas em um MOSFET

As perdas totais em uma chave são compostas pelas perdas de condução e perdas de comutação. Na Tabela 10 a seguir estão apresentados alguns dados retirados do catálogo do fabricante necessários para o cálculo das perdas.

Parâmetro	Valor
V _{DSmax}	800 V
$R_{DS(on)} T_j = 100^{\circ}C$	0,45 Ω
tr	15 ns
t _f	12 ns
R _{jc}	0,62°C/W
R _{cd}	0,24°C/W

Tabela 10 - Características do MOSFET SPA1N80C3.

A perda por condução do MOSFET depende da resistência de condução do dispositivo, $R_{DS(on)}$, e da corrente de dreno quando ele está em condução, I_{Sef} . Pode-se determinar esse valor para uma chave através da equação (133).

$$P_{cond} = r_{ds(on)} \cdot I_{Sef}^2 = 0,45 \cdot 2,4^2 = 2,59 W$$
 (133)

As perdas por comutação, por sua vez, serão dadas pela equação (134) para uma chave. Os tempos t_r e t_f se referem ao tempo de entrada em condução e de bloqueio, respectivamente.

$$P_{\text{com}} = \frac{f}{2} \cdot (t_{\text{r}} + t_{\text{f}}) \cdot I_{\text{Def}} \cdot V_{\text{S}} = \frac{40 \cdot 10^3}{2} \cdot (15 + 12) \cdot 10^{-9} \cdot 2.4 \cdot 400$$

= 0.31 W (134)

As perdas totais serão dadas simplesmente pela soma da potência dissipada durante a condução e a potência dissipada durante a comutação. Considerando as três chaves do circuito, obtém-se a perda total como em (135).

$$P_{\text{MOSFET}} = 3 \cdot (P_{\text{cond}} + P_{\text{com}}) = 3 \cdot (2,90) = 8,71 \text{ W}$$
(135)

4.5.2 Perdas em um Diodo

Assim como em um MOSFET, as perdas totais em um diodo são compostas pelas perdas de condução e perdas de comutação. Na Tabela 11 estão apresentados alguns dados retirados do catálogo do fabricante necessários para o cálculo das perdas.

Parâmetro	Valor
V _{DC}	1200 V
Rt	pprox 0
V _F	1,58 V
Qrr	14 nC
R _{jc}	2°C/W
R _{cd}	0,5°C/W

Tabela 11 - Características do diodo IDH02G120C5.

O diodo real, quando em condução, é representado por uma força-eletromotriz V_F , associada em série com uma resistência R_t . Dessa forma, a perda em condução será composta pela dissipação em V_F juntamente com a dissipação em R_t . A equação (136) representa essa perda.

$$P_{cond} = V_{F} \cdot I_{Dmed} + R_{t} \cdot I_{Def}^{2} = 1,58 \cdot 0,417 = 0,274 W$$
(136)

As perdas que ocorrem durante o bloqueio do diodo são calculadas a partir da equação (137) abaixo, em que V_D é a tensão reversa sobre o diodo. Percebe-se que a perda de comutação é praticamente nula para o diodo utilizado.

$$P_{\rm com} = Q_{\rm rr} \cdot V_{\rm D} = 14 \cdot 10^{-9} \cdot 500 = 7 \cdot 10^{-6} \, \text{W}$$
(137)

As perdas totais serão dadas simplesmente pela soma da potência dissipada durante a condução e a potência dissipada durante a comutação. Considerando os três diodos do circuito, obtém-se a perda total em (138).

$$P_{diodo} = 3 \cdot (P_{cond} + P_{com}) = 3 \cdot 0,274 = 0,823 W$$
 (138)

4.6 Rendimento Teórico do Conversor

A partir dos valores de perdas calculados, pode-se determinar o rendimento teórico do conversor. Considerando os resultados obtidos para o indutor acoplados em (115) e (117), para os semicondutores em (135) e (138) e 5 W adicionais para os outros componentes, obtém-se a perda total aproximada em (139).

$$P_{\text{total}} = 7,657 + 3,64 + 8,71 + 0,823 + 5 = 25,83 \text{ W}$$
(139)

O rendimento esperado para o conversor será, portanto, como na equação (140).

$$\eta = \left(1 - \frac{25,83}{500}\right) \cdot 100\% = 94,83\% \tag{140}$$

4.7 Cálculo Térmico nos Semicondutores

Segundo Barbi (2012), para o cálculo térmico é utilizado o circuito mostrado na Figura 18 a seguir. Nesse circuito, T_j representa a temperatura da junção, T_c a temperatura da cápsula, T_d a temperatura do dissipador e T_a a temperatura ambiente. O P representa a potência transferida ao ambiente produzida pela corrente que circula no componente. As resistências R_{jc} , R_{cd} e R_{da} representam, respectivamente, a resistência térmica da junçãocápsula, a resistência térmica da cápsula-dissipador e a resistência térmica do dissipadorambiente dadas em °C/W.





Fonte: Barbi (2012).

Usa-se, portanto, a equação (141) para calcular as resistências térmicas em um componente semicondutor, em que R_{ja} é resistência térmica da junção com o ambiente dada por (142).

$$R_{da} = R_{ja} - R_{cd} - R_{jc}$$
⁽¹⁴¹⁾

$$R_{ja} = \frac{T_j - T_a}{P} = \frac{T_j - T_a}{P}$$
(142)

A potência P é obtida a partir da corrente que circula pelo componente. Adotou-se uma temperatura de junção T_j igual a 100°C e a temperatura ambiente T_a igual a 50°C.

4.7.1 Cálculo Térmico no MOSFET

Para o cálculo térmico na chave, primeiro obtém-se o valor da resistência R_{ja} , dado pela equação (142). Substituindo os valores de T_j , T_a e da potência total na chave já calculada anteriormente, obtém-se (143).

$$R_{ja} = \frac{100 - 50}{2,90} = 10,016^{\circ}C/W$$
(143)

A partir dos valores de R_{jc} e R_{cd} da Tabela 10, é possível calcular a resistência térmica como (144).

$$R_{da_{MOSFET}} = 17,223 - 0,62 - 0,24 = 16,36^{\circ}C/W$$
(144)

A partir do valor de R_{da} pode-se escolher o dissipador mais adequado para manter a temperatura da junção abaixo do limite estabelecido pelo fabricante. O dissipador escolhido deve possuir uma resistência térmica menor do que R_{da} . Para o MOSFET, e tomando como base a tabela de dissipadores presente em Barbi (2012), nota-se que é possível utilizar o menor dissipador da relação com massa aproximada de 50g e resistência térmica de 10,5 °C/W.

4.7.2 Cálculo Térmico no Diodo

Para o cálculo térmico no diodo, primeiro obtém-se o valor da resistência R_{ja} , dado pela equação (142). Substituindo os valores de T_j , T_a e da potência total na chave já calculada anteriormente, obtém-se (145).

$$R_{ja} = \frac{100 - 50}{0.274} = 182.274^{\circ}C/W$$
(145)

A partir dos valores de R_{jc} e R_{cd} da Tabela 10, é possível calcular a resistência térmica como (146).

$$R_{da_{diodo}} = 182,274 - 2 - 0,5 = 179,77^{\circ}C/W$$
(146)

Dessa maneira, para o diodo, escolheu-se o mesmo tipo de dissipador encontrado para o MOSFET.

5 IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para comprovar o estudo realizado, implementou-se um protótipo do conversor SEPIC *interleaved* trifásico com indutores acoplados. O processo de montagem ocorreu em diferentes etapas, desde a manufaturação dos magnéticos, desenho da placa, montagem do circuito de comando e do circuito de potência, até o resultado final.

5.1 Projeto dos Magnéticos

Os magnéticos foram construídos com base nas variáveis dimensionadas nas seções 4.3 e 4.4. As estruturas finais podem ser observadas na Figura 36.



Figura 36 - Magnéticos construídos.

Para o indutor, optou-se por enrolar uma bobina ao lado da outra, de modo que, devido a distância entre elas, fosse possível obter um menor acoplamento e, consequentemente, um menor valor de k. Após sua confecção, realizaram-se alguns testes para a medição das indutâncias próprias e os coeficientes de acoplamento.

O valor da indutância própria do indutor pode ser obtido através de uma ponte de RLC, medindo diretamente nas extremidades de cada bobina. Para o indutor acoplado implementado, obteve-se os resultados da Tabela 12.

Fase	Indutância própria
L ₁₁	4,813 mH
L ₂₂	4,954 mH
L ₃₃	5,073 mH

Tabela 12 - Valores experimentais das indutâncias próprias do indutor acoplado.

Para a medição do valor de k, no entanto, deve-se utilizar alguma outra técnica de medição indireta. O método utilizado para a medição do acoplamento foi o método da *indutância própria e indutância de dispersão* descrito por Hesterman (2007) para duas bobinas. As etapas dessa técnica são:

- a) Medir a indutância própria para cada enrolamento;
- b) Medir a indutância de dispersão para cada par, ou seja, medir a indutância em uma bobina, x, enquanto a outra, y, está curto circuitada;
- c) Calcular k_{xy} pela equação (147).

$$k_{xy} = \sqrt{1 - \frac{L_{disp}_{xy}}{L_{xx}}}$$
(147)

Se as medições forem feitas corretamente, $k_{xy} = k_{yx}$.

Para o indutor construído, obteve-se as medições presentes na Tabela 13. Nessa tabela também estão contidos os valores de k calculados com base na equação (147) e nas medições das indutâncias próprias da Tabela 12.

Variável Medida	Valor	Variável Calculada	Valor
L _{disp12}	596,1 µH	k ₁₂	0,936
$L_{disp_{23}}$	591,9 µH	k ₂₃	0,938
$L_{disp_{31}}$	1324,6 µH	k ₃₁	0,860

Tabela 13 - Valores medidos e calculados para o acoplamento do indutor.

5.2 Protótipo

O circuito implementando para o protótipo está presente na Figura 37. Os três sinais da placa de comando foram gerados através da placa dsPIC33EP512MU810 com defasagem de 120° entre si. A conexão com a placa foi feita através de cabos blindados, em que o sinal que chega aos conectores kk₁, kk₂ e kk₃ são comandados utilizando o driver UCC27324. Finalmente o sinal que sai do circuito de comando é conectado ao *gate* do MOSFET onde há o controle do chaveamento.



No Quadro 1 pode ser observada a lista de componentes utilizados no circuito de comando, enquanto no Quadro 2 no circuito de potência.

Identificação	Descrição	Valor
CI ₁ , CI ₂ , CI ₃	Driver MOSFET.	UCC27324
R_{S1}, R_{S2}, R_{S3}	Resistor ¹ /4 W.	15 Ω
R_{p1}, R_{p2}, R_{p3}	Resistor ¹ /4 W.	10 kΩ
D_{p1}, D_{p2}, D_{p3}	Diodo.	1N4148
D_{z1}, D_{z2}, D_{z3}	Diodo zener ½ W.	18 V
C _{f1}	Capacitor cerâmico.	100 nF
C _{f2}	Capacitor eletrolítico.	1 μF
conjack	Conector JACK.	12 V
kk ₁ , kk ₂ , kk ₃	Conector kk.	-

Quadro 1 - Lista de componentes do circuito de comando.

Figura 37 - Circuito implementado no protótipo.

Identificação	Descrição	Valor/Ref.
S1, S2, S3	MOSFET CoolMOS [™] 800 V em TO247.	SPW17N80C3
L	Indutor acoplado construído.	4,95 mH
C1, C2, C3	Capacitor SPRAGUE 200 DC de polipropileno.	10 µF
Со		
D1, D2, D3	Diodo Schottky thinQ! TM 1200 V SiC em TO220.	IDH02G120C5
T1, T2, T3	Transformador construído.	80/100
con _i	Conector KRE para entrada.	-
cono	Barra de sindal para saída.	-

Quadro 2 - Lista de componentes do circuito de potência.

Apresenta-se a concepção final do protótipo na Figura 38.

Figura 38 - Foto do protótipo.

5.3 Resultados Experimentais

Iniciaram-se os experimentos para P = 300 W e tensão de saída nominal de 400 V. Para obter esse resultado, na entrada aplicou-se 67,2 V. A tensão de saída e a corrente de entrada estão representadas na Figura 39 e Figura 40, respectivamente. Obteve-se uma corrente média de 5,5 A e uma ondulação de 320 mA.



Figura 39 - Corrente de entrada obtida através do experimento.

Figura 40 - Tensão experimental de saída do conversor



As formas de onda para as correntes nas fases do indutor acoplado podem ser vistas na Figura 41. Nota-se que elas apresentam um desequilíbrio entre si, com uma fase processando mais potência que a outra. Isso ocorre devido aos diferentes valores de k obtidos para o indutor acoplado. Aplicando esses valores em simulação, as correntes no indutor se comportam como na Figura 42. Nota-se que, da mesma maneira, existe uma distribuição desequilibrada de potência, com as formas de onda se comportamento semelhante ao obtido no resultado experimental.



Figura 41 - Formas de onda experimentais para as correntes no indutor.





98

 $Observa-se \ na \ tensão \ dos \ indutores, \ Figura \ 43, \ a \ variação \ dos \ patamares \ entre \ V_i \ e \ - V_o/n \ de \ acordo \ com \ o \ chaveamento \ do \ conversor, \ assim \ com o \ esperado.$



Figura 43 - Formas de onda experimentais para as tensões no indutor acoplado.

Não foi possível acessar as correntes nas chaves para medição, entretanto as tensões podem ser vistas na Figura 44. Devido as indutâncias de dispersão presentes no circuito, observa-se uma sobretensão sobre as chaves, tornando-se nítida a importância do sobredimensionamento de semicondutores.



Figura 44 - Tensão experimental sobre os MOSFETs.

Para os diodos, observa-se as correntes na Figura 45 e as tensões reversas na Figura 46 para cada fase.



Figura 45 - Corrente experimental nos diodos.



32

4₽4

Com a comprovação do funcionando do conversor, realizou-se um ensaio de modo a verificar o rendimento do conversor em função da potência de saída. Dessa forma, aplicou-se

tensões próximas as nominais para diversos valores de potência e esperou-se o tempo adequado para que o circuito entrasse em equilíbrio térmico.

Os valores de medição para as diversas potências estão presentes na Tabela 14. Na Figura 47, pode ser visto a curva de rendimento do conversor.

Pi	Po	η
74,98	49,15	65,6%
128,79	94,49	73,4%
186,74	144,25	77,2%
246,39	194,00	78,7%
352,85	274,73	77,9%
416,55	323,59	77,7%

Tabela 14 - Medições no ensaio de rendimento.



Figura 47 - Curva de rendimento do conversor.

Observou-se que, após atingir 194 W de saída, o rendimento do conversor começou a diminuir e estava em valores muito abaixo do esperado teoricamente. Uma possível causa disso seria um efeito nos enrolamentos do indutor acoplado chamado de efeito de proximidade: dada a proximidade entre condutores conduzindo correntes alternadas, a distribuição de corrente nesses condutores será não uniforme e restrita a regiões menores. Esse efeito provoca um aumento na resistência, traduzida em perdas por efeito Joule, e se agrava com o aumento da frequência. Dessa forma, decidiu-se não aumentar mais a potência do conversor.

6 CONCLUSÃO

Nesse trabalho, foi apresentado o conversor SEPIC *interleaved* trifásico com indutores de entrada acoplados. Foi realizada a análise teórica do conversor, com a demonstração dos cálculos analíticos e formas de onda, bem como a simulação para comprovar os resultados obtidos. A partir de especificações iniciais, foram calculadas as principais variáveis necessárias para projetar o conversor e implementar um protótipo.

Para a estrutura proposta, pode-se observar três diferentes regiões dependentes do valor da razão cíclica. No modo de condução descontínua, ainda foi possível observar subregiões dentro das próprias regiões, que poderiam variar de acordo com o momento em que a corrente do diodo se anulava. Em cada região, o limite de descontinuidade além de estar em função de outros fatores, como a resistência de carga, era principalmente dependente da constante de acoplamento k do indutor acoplado.

Além de influenciar no modo de condução, a constante de acoplamento também influenciava no ganho estático do MCD e na ondulação de corrente, seja dos indutores, seja da entrada. Devido a isso, foi possível obter baixíssimas ondulações de corrente, especialmente quando comparado ao SEPIC original, ou mesmo ao SEPIC *interleaved* trifásico sem indutores acoplados. Para efeitos de comparação, para os mesmos parâmetros considerados no exemplo numérico em que uma ondulação de 59 mA foi obtida com uma indutância de 5 mH, no SEPIC original, seria necessário a utilização de um indutor de 26,9 mH, enquanto para o SEPIC trifásico sem acoplamento, um indutor de 13,5 mH. Por outro lado, para um indutor de 5 mH, no SEPIC original, seria obtida uma ondulação de 0,32 A, enquanto no trifásico sem acoplados, 0,16 A, quase 3 vezes a mais do que o alcançado.

O indutor acoplado utilizado foi construído em laboratório através do dimensionamento das variáveis com base na indutância desejada e nas correntes que seriam processadas. A distribuição das bobinas foi feita de forma sequenciada e uma abaixo da outra, de maneira de ficassem separadas entre si. Essa configuração permitiu valores de k por volta de 0,90.

O funcionamento do conversor foi comprovado através da implementação de um protótipo, originalmente projetado para 500 W. As formas de onda foram obtidas para uma potência inferior de 300 W, em que se pode observar a coerência da teoria com a prática, apesar da presença de um desequilíbrio nas fases devido a estrutura do indutor acoplado. Entretanto, através desse teste, juntamente com um ensaio de rendimento, notou-se altas

perdas no conversor comparado ao que se esperava na teoria. Isso pode ter decorrido devido a um efeito no indutor acoplado chamado de efeito de proximidade, em que a resistência e, consequentemente, as perdas aumentam devido aos fios envoltos em diversas camadas. Esse feito é mais acentuado em altas frequências, como foi o caso do indutor que trabalhou em 40 kHz.

Como continuidade ao trabalho apresentado, sugere-se estudos em relação a construção do indutor acoplado, buscando equilibrar os valores de k e reduzir o efeito de proximidade. Além disso, podem ser feitos também a modelagem e o controle do conversor.

REFERÊNCIAS

ARDI, H.; AJAMI, A.; SABAHI, M. A Sepic based high step-up DC-DC converter integrating coupled inductor for renewable energy applications. 8th Power Electronics, Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC). Mashhad: IEEE. 2017. p. 206-211.

BARBI, I. Eletrônica de Potência. 7ª. ed. Florianópolis: Edição do Autor, 2012.

BARBI, I.; FONT, C. H. I.; ALVES, R. L. **Projeto Físico de Indutores e Transformadores**. Instituto de Eletrônica de Potência. Florianópolis, p. 10. 2002.

DO, H. Soft-Switching SEPIC Converter With Ripple-Free Input Current. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 27, n. 6, p. 2978-2887, 2011.

ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIC, D. Fundamentals of Power Electronics. 2. ed. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004.

HAGHIGHIAN, S. K. et al. Design and analysis of a novel SEPIC-based multi-input DC/DC converter. **IET Power Electronics**, v. 26, n. 3, p. 923-930, 2017.

HESTERMAN, B. Analysis and Modeling of Magnetic Coupling. 2007. Boulder: IEEE Power Electronics Society, 2007. 93 Slides.

KATTEL, M. B. E.; MAYER, R.; OLIVEIRA, S. V. G. Analysis and simulation of a threephase push-pull/flyback interleaved bidirectional dc-dc converter. IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Florence: IEEE. 2016. p. 1274-1279.

KIRCIOGLUS, O.; ÜNLÜ, M.; ÇAMUR, S. **Modeling and Analysis of DC-DC SEPIC Converter with Coupled Inductors**. International Symposium on Industrial Electronics. Banja Luka: IEEE. 2016. p. 1-5.

LEE, S.; DO, H. Zero-Ripple Input-Current High-Step-Up Boost–SEPIC DC–DC Converter With Reduced Switch-Voltage Stress. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 32, n. 8, p. 6170-6177, 2017.

LEE, S.; DO, H. Isolated SEPIC DC–DC Converter With Ripple-Free Input Current and Lossless Snubber. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 65, n. 2, p. 1254-1262, 2018.

MARTINS, D. C.; BARBI, I. **Conversores CC-CC Básicos Não Isolados**. 4. ed. Florianópolis: Edição dos Autores, 2011.

MORADPOUR, R.; ARDI, H.; TAVAKOLI, A. Design and Implementation of a New SEPIC Based High Step-Up DC/DC Converter for Renewable Energy Applications. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 65, n. 2, p. 1290-129, 2018.

NANDANKAR, P.; ROTHE, J. P. **Design and implementation of efficient three-phase interleaved DC-DC converter**. International Conference & Workshop on Electronics & Telecommunication Engineering (ICWET 2016). Mumbai: IEEE. 2016. p. 1-7.

OLIVEIRA, I. H. N.; SILVA, N. **Maximum power point tracking of a wind generator using a SEPIC converter with LMI control**. 2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP). Juiz de Fora: IEEE. 2017. p. 1-7.

RAHIMI, T. et al. Three-phase soft-switching-based interleaved boost converter with high reliability. **IET Power Electronics**, v. 10, n. 3, p. 377-386, 2017.

SHI, C.; KHALIGH, A.; WANG, H. Interleaved SEPIC Power Factor Preregulator Using Coupled Inductors In Discontinuous Conduction Mode With Wide Output Voltage. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 52, n. 4, p. 3461-3471, 2016.

YANG, M. et al. **High-efficiency three-level SEPIC for grid-tied PV systems**. Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE). Milwaukee: IEEE. 2016. p. 1-5.

ZHANG, Z. **Coupled-Inductor Magnetics in Power Electronics**. California Institute of Technology. Pasadena, p. 244. 1987.
APÊNDICE A – PROGRAMAS UTILIZADOS NO CÁLCULO DA TENSÃO DE SAÍDA DOS MODOS DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA

1) Sub-região R1-a:

```
%Cálculo de Vo e dt1 para R1-a
Ro = 320;
Vi = 80;
D = 0.2;
k = 0.85;
n = 1.25;
f = 40e3;
L = 5e-3;
syms Vo_p
Vo = 100; %escolhe-se um valor inicial para Vo
Vo_ant = 0; %variável que guarda o valor anterior de Vo
dt3 = (1/3 - D)/f; %intervalo de tempo dt3
while abs(Vo_ant - Vo) > 0.001 % faz o cálculo interativo enquanto o erro
for maior que 10-3
    %encontra primeiro o intervalo dt1
    syms dt1_s
    dt1 = simplify(solve((f*(Vo*(k-1)*(k+1)*(dt3)^2 - (Vo +
Vi*k*n)*(dt1_s)*(2*dt3 + dt1_s))/(L*n*(k-1)*(k+1))) == 2*Vo*n/(3*Ro),
dt1_s));
    dt1 = double(dt1(2));
    %a partir do valor de dt1, calcula Vo
    dt2 = D/f - dt1;
    Vo_ant = Vo;
    Vo = solve(Vi*(dt1+dt2) - (Vo_p/n)*(2*dt1 + dt2 + 2*dt3) + ((n*Vi -
Vo_p)*k)/(n*(1+k))*dt2 - (2*Vo_p*k/(n*(1+k)))*dt3 == 0, Vo_p);
end
double(Vo)
double(dt1)
2) Sub-região R1-b:
%Cálculo de Vo e dt1 para R1-b
Ro = 320;
Vi = 80;
D = 0.2;
k = 0.5;
n = 1.25;
f = 40e3;
L = 5e-3;
syms Vo p
Vo = 100; %escolhe-se um valor inicial para Vo
Vo_ant = 0; %variável que guarda o valor anterior de Vo
dt3 = (1/3 - D)/f; %intervalo de tempo dt3
while abs(Vo_ant - Vo) > 0.001 % faz o cálculo interativo enquanto o erro
for maior que 10-3
```

```
%encontra primeiro o intervalo dt1
              syms dt1_s
              dt2 = D/f - dt1_s;
              dt1 = simplify(solve(f*((2*(Vo*dt3)/(L*n*(k + 1)) + (4)*((Vo +
Vi*n*k)*dt1_s)/(L*n*(-2*k^2 + k + 1)) + 2*(-(Vo + Vi*k*n)*dt2)/(L*n*(k - C))*(L*n*(k - C))*(L*n*(k
1)*(k + 1)))*dt1_s/2 + (2*(Vo*dt3)/(L*n*(k + 1)) + 2*((Vo +
Vi*n*k)*dt1_s)/(L*n*(- 2*k^2 + k + 1)) + (-(Vo + Vi*k*n)*dt2)/(L*n*(k -
1)*(k + 1)))*dt2/2 + (4*(Vo*dt3)/(L*n*(k + 1)) + 6*((Vo +
Vi*n*k)*dt1_s)/(L*n*(-2*k^2 + k + 1)) + 2*(-(Vo + Vi*k*n)*dt2)/(L*n*(k - 2*k^2))*dt2)
1)*(k + 1)))*dt3/2) == (Vo*n)/(3*Ro), dt1_s)); dt1 = double(dt1(2));
               %a partir do valor de dt1, calcula Vo
              syms Vo_p
              dt2 = D/f - dt1;
              Vo_ant = Vo;
              Vo = solve(Vi*(dt1+dt2) - (Vo_p/n)*(2*dt1 + dt2 + 2*dt3) + ((n*Vi -
Vo_p)*k)/(n*(1+k))*dt2 - (2*Vo_p*k/(n*(1+k)))*dt3 == 0, Vo_p);
end
double(Vo)
```

```
double(dt1)
```

108

```
3) Sub-região R1-c:
%Cálculo de Vo e dt2 para R1-c
Ro = 320;
Vi = 80;
D = 0.2i
k = 0.2i
n = 1.25;
f = 40e3;
L = 5e-3;
syms Vo_p
Vo = 26.87; %escolhe-se um valor inicial para Vo
Vo_ant = 0; %variável que guarda o valor anterior de Vo
dt1 = D/f; %intervalo de tempo dt1
while abs(Vo ant - Vo) > 0.001 % faz o cálculo interativo enquanto o erro
for maior que 10-3
    %encontra primeiro o intervalo dt2
    syms dt2_s
    dt3 = (1/3 - D)/f - dt2_s; %escreve dt3 em função da variável dt2_s
(intervalo dt2 simbólica)
    dt2 = simplify(solve(f*(((Vo + Vi*k*n)/(L*n*(- 2*k^2 + k +
1)))*dt1*(4*dt1 + 6*dt2_s + 6*dt3) + (Vo/(L*n*(k + 1)))*dt3*(2*dt1 +
6*dt2_s + 4*dt3) + (Vo/(L*n*(2*k + 1)))*dt2_s*(6*dt1 + 9*dt2_s + 6*dt3)) ==
(2*Vo*n)/(3*Ro), dt2_s));
    dt2 = double(dt2(2));
    %a partir do valor de dt2, calcula Vo
    syms Vo_p
    dt3 = (1/3 - D)/f - dt2;
    Vo_ant = Vo;
    Vo = solve(Vi*(dt1) - (Vo_p/n)*(2*dt1 + 3*dt2 + 2*dt3) + ((n*Vi -
Vo_p)*k)/(n*(1+k))*dt3 == 0, Vo_p);
end
```

double(Vo)
double(dt2)

4) Sub-região R2-a:

```
%Cálculo de Vo e dt1 para R2-a
Ro = 250;
Vi = 80;
D = 0.5;
k = 0.9;
n = 1.25;
f = 40e3;
L = 5e-3;
syms Vo_p
Vo = 100; %escolhe-se um valor inicial para Vo
Vo_ant = 0; %variável que guarda o valor anterior de Vo
dt3 =(2/3 - D)/f; %intervalo de tempo dt3
while abs(Vo_ant - Vo) > 0.001 % faz o cálculo interativo enquanto o erro
for maior que 10-3
    %encontra primeiro o intervalo dt1
    syms dtl s
    dt1 = simplify(solve(f*((2*(Vo + Vo*k + 2*Vi*k*n)*dt1_s/(L*n*(-2*k^2 +
k + 1)) + (Vo + Vi*k*n)*dt3/(L*n*(1-k)*(1+k)))*dt3/2 + ((Vo + Vo*k +
2*Vi*k*n)*dt1_s/(L*n*(-2*k^2 + k + 1)))*dt1_s/2) == Vo*n/(3*Ro), dt1_s));
    dt1 = double(dt1(2));
    %a partir do valor de dt1, calcula Vo
    syms Vo_p
    dt2 = (D - 1/3)/f - dt1;
    Vo_ant = Vo;
    Vo = solve(Vi*(2*dt1+2*dt2+dt3) - (Vo_p/n)*(dt3+dt1) + k*Vi*(dt2) +
((n*Vi - Vo_p)*k)/(n*(1+k))*dt3 == 0, Vo_p);
end
double(Vo)
double(dt1)
5) Sub-região R2-b:
%Cálculo de Vo e dt2 para R2-b
Ro = 150;
Vi = 80;
D = 0.5;
k = 0.9;
n = 1.25;
f = 40e3;
L = 5e-3;
```

```
syms Vo_p
syms dt2_s
Vo = 100; %escolhe-se um valor inicial para Vo
Vo_ant = 0; %variável que guarda o valor anterior de Vo
dt1 = (D - 1/3)/f; %intervalo de tempo dt1
```

```
while abs(Vo_ant - Vo) > 0.001 % faz o cálculo interativo enquanto o erro
for maior que 10-3
    %encontra primeiro o intervalo dt2
    dt3 = (2/3 - D)/f - dt2_s;
    dt2 = simplify(solve(f*( ((Vo + Vi*k*n)*dt2_s/(L*n*(-2*k^2 + k +
1)))*(2*dt1 + 4*dt2_s + 2*dt3) + ((Vo + Vi*k*n)*dt3/(L*n*(1-
k)*(1+k)))*(2*dt2_s + dt3) + ((Vo + Vo*k + 2*Vi*k*n)*dt1/(L*n*(-2*k^2 + k +
1)))*(dt1 + 2*dt2_s + 2*dt3)) == (2*Vo*n)/(3*Ro), dt2_s));
    dt2 = double(dt2(2));
    %a partir do valor de dt2, calcula Vo
    syms Vo_p
    dt3 = (2/3 - D)/f - dt2;
    Vo_ant = Vo;
    Vo = solve(Vi*(2*dt1+dt2+dt3) - (Vo_p/n)*(dt3+dt1+2*dt2) + ((n*Vi -
Vo_p)*k)/(n*(1+k))*dt3 == 0, Vo_p);
end
double(Vo)
double(dt3)
```

```
6) Região R3:
```

```
%Cálculo de Vo e dt2 para R3
Ro = 1000;
Vi = 80;
D = 0.8;
k = 0.8;
n = 1.25;
f = 40e3;
L = 800e-6;
syms Vo_s
Vo = 100; %escolhe-se um valor inicial para Vo
Vo_ant = 0; %variável que guarda o valor anterior de Vo
dt1 = (D - 2/3)/f; %intervalo de tempo dt1
while abs(Vo_ant - Vo) > 0.001 % faz o cálculo interativo enquanto o erro
for maior que 10-3
    %encontra primeiro o intervalo dt2
    dt2 = sqrt((2*n*Vo*L*n*(-2*k^2 + k + 1))/(3*Ro*f*(2*Vi*k*n + Vo +
Vo*k)));
    dt3 = (1 - D)/f - dt2;
    %a partir do valor de dt2, calcula Vo
    syms Vo_s
    Vo ant = Vo;
    Vo = solve(Vi*(3*dt1+2*dt2+2*dt3) - (Vo_s/n)*(dt2) +
(2*k*Vi/(1+k))*(dt3) == 0, Vo_s);
end
double(Vo)
double(dt2)
```

APÊNDICE B – PROGRAMA UTILIZADO NO CÁLCULO DA INDUTÂNCIA PRÓPRIA E DA CONSTANTE DE ACOPLAMENTO PARA A REGIÃO R3

```
format long
clear
clc
%Variáveis iniciais
Ro = 320;
di = 0.0594;
n = 1.25;
f = 40e3;
Vi = 80;
Vo = 400;
D = 0.8;
syms L;
%Inicializa as variáveis k1 (o k desejado) e kcri
k1 = 0;
kcri = [0 \ 0.5];
Vo = (D*Vi*n)/(1 - D);
syms k;
while round(k1,4) ~= round(0.90*kcri(2),4) %Itera até obter o valor
desejado para k (arredondado até a 3ª casa decimal)
    clear L
    syms L
    k1 = 0.90*kcri(2); %Calcula k com base no kcri
    L = double(solve(di == (Vi*(3*D - 2))/(L*f*(2*k1 + 1)), L)); %Encontra
o valor de L
    %Calcula kcri com base no valor de L e Vo
    kcri = double(simplify(solve(sqrt((2*n*Vo*L*n*(-2*k^2 + k +
1))/(3*Ro*f*(2*Vi*k*n + Vo + Vo*k))) == (1 - D)/f, k)));
end
L
k1
kcri
```