

HIGO THAIAN PEREIRA DA SILVA

**IMPACTO DO ERRO DE ESTIMAÇÃO EM
CANALIS SOB EFEITO DE
DESVANECIMENTO GENERALIZADO**

João Pessoa

2016

HIGO THAIAN PEREIRA DA SILVA

**IMPACTO DO ERRO DE ESTIMAÇÃO EM CANAIS
SOB EFEITO DE DESVANECIMENTO
GENERALIZADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Engenharia Elétrica da UFPB
como requisito parcial para obtenção do título
de Engenheiro Eletricista.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – UFPB

Orientador: Prof. Waslon Terlizzie Araújo Lopes

João Pessoa

2016

HIGO THAIAN PEREIRA DA SILVA

**IMPACTO DO ERRO DE ESTIMAÇÃO EM CANAIS
SOB EFEITO DE DESVANECIMENTO
GENERALIZADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Engenharia Elétrica da UFPB
como requisito parcial para obtenção do
título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Waslon Terlizzie Araújo
Lopes

Banca Examinadora

Prof. Waslon Terlizzie Araújo Lopes
Orientador

**Prof. Fabrício Braga Soares de
Carvalho**
Prof. Convidado 1

**Prof. Juan Moises Mauricio
Villanueva**
Prof. Convidado 2

João Pessoa
2016

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso aborda uma análise sobre o canal de comunicação sem fio e o efeito do desvanecimento no sinal transmitido. Por meio dos modelos generalizados $\alpha - \kappa - \mu$ e $\alpha - \eta - \mu$, o efeito do desvanecimento pode ser avaliado com mais precisão, dado que diversos fenômenos multipercurso são considerados. Para isso, foi avaliado o efeito dos fenômenos multipercurso na transmissão por meio de simulações computacionais para a obtenção da Taxa de Erro de Bit (BER – *Bit Error Rate*). Inicialmente foram observadas as curvas de BER considerando uma estimação perfeita do canal, em que o coeficiente do desvanecimento do canal era completamente conhecido. Este caso não é prático porque não é possível conhecer com exatidão o desvanecimento, dado que este é um fenômeno estocástico. Por isso foram simulados sistemas que não conhecem completamente a informação do canal, e estimam o desvanecimento por meio de símbolos piloto. Foi observado que o erro de estimação provoca flutuações na curva da BER, indicando uma má avaliação do canal.

Palavras-chave: Desvanecimento. Erro de Estimação. Modelos generalizados.

ABSTRACT

This monography deals with the analysis of effects of the fading in the signals transmitted over wireless channels. By using generalized fading models $\alpha-\kappa-\mu$ and $\alpha-\eta-\mu$, the effects of the fading can be accessed more precisely taking into account the multipath propagation phenomena. For this, those effects were evaluated in terms of the Bit Error Rate (BER) using computer simulations. First, the curves for ideal channel state information were obtained considering perfect channel estimation. For practical systems, the stochastic behavior of the fading does not allow to determine the exact value of fading. Thus, simulations were carried out considering the estimation of the channel based on pilot symbols. It was observed that the estimation error causes fluctuations in the BER curve, indicating a misjudgment of the channel.

Palavras-chave: Fading. Estimation Error. Generic Models.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, José Pereira e Rosita Medeiros, pelo incentivo e apoio incondicional.

À minha namorada, Vivianne, por sempre estar do meu lado.

Aos meus colegas Anderson, Jonathan, Kaique, Ramilo, Henrique, Elmo, Gabriel, João e vários outros que sempre me ajudaram ao longo do curso.

Ao meu orientador professor Waslon Terllizie por me guiar neste trabalho.

Ao professor Fabrício Braga pelo suporte e confiança.

Ao professor Juan Moises pelas oportunidades.

Ao professor Antônio Augusto por ser um exemplo de professor, profissional e uma permanente força inspiradora.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Diagrama de blocos de sistema de comunicações sem fio. | 23 |
| Figura 2 – Diagrama de blocos do receptor. | 25 |
| Figura 3 – Fluxograma da distribuição generalizada $\alpha - \kappa - \mu$ | 37 |
| Figura 4 – Função densidade de probabilidade para distribuição Rayleigh ($\alpha = 2, \mu = 1, \kappa = 0$). | 38 |
| Figura 5 – Função densidade de probabilidade para distribuição Nakagami- m ($\alpha = 2, \kappa = 0$). | 39 |
| Figura 6 – Função densidade de probabilidade para distribuição Rice ($\alpha = 2, \mu = 1$). | 40 |
| Figura 7 – Função densidade de probabilidade para distribuição Weibull ($\kappa = 2, \mu = 1$). | 40 |
| Figura 8 – Simulações da variância do desvanecimento em função de α | 41 |
| Figura 9 – Simulações da variância do desvanecimento em função de κ | 42 |
| Figura 10 – Simulações da variância do desvanecimento em função de μ | 42 |
| Figura 11 – Fluxograma da distribuição generalizada $\alpha - \eta - \mu$ | 46 |
| Figura 12 – Função densidade de probabilidade para distribuição Hoyt ($\alpha = 2, \mu = 0.5$). | 48 |
| Figura 13 – Simulação da variância do desvanecimento em função de η | 49 |
| Figura 14 – Constelação 16-QAM [1]. | 50 |
| Figura 15 – Diagrama de blocos do sistema de comunicações sem fio simplificado. | 55 |
| Figura 16 – BER \times SNR para modulação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 0$ e $\mu = 1$ (Rayleigh). | 57 |
| Figura 17 – BER \times SNR para modulação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 0$ e $\mu = 10$ (Nakagami- $m - m = 10$). | 58 |
| Figura 18 – BER \times SNR para modulação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 10$ e $\mu = 1$ (Rice). | 59 |
| Figura 19 – BER \times SNR para modulação para constelação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 5, \kappa = 0$ e $\mu = 1$ (Weibull). | 59 |
| Figura 20 – BER \times SNR para modulação para constelação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2, \eta = 100$ e $\mu = 0.5$ (Hoyt). | 60 |
| Figura 21 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = \{2; 5; 10\}, \kappa = 1$ e $\mu = 1$ | 61 |
| Figura 22 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha = 2, \kappa = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 1$ | 61 |
| Figura 23 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 1$ e $\mu = \{1, 10, 100\}$ | 62 |

| | |
|---|----|
| Figura 24 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2$, $\eta = \{1, 10, 100, 1000, 10000\}$ e $\mu = 0, 5$ (Hoyt). | 62 |
| Figura 25 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = 0$ e $\mu = 1$ (Rayleigh) considerando ausência de I-CSI. | 64 |
| Figura 26 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = 0$ e $\mu = 10$ (Nakagami- m para $m = 10$) considerando ausência de I-CSI. | 65 |
| Figura 27 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = 5$ e $\mu = 1$ (Rice). | 65 |
| Figura 28 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 5$, $\kappa = 0$ e $\mu = 1$ (Weibull) considerando ausência I-CSI. | 66 |
| Figura 29 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2$, $\eta = 10$ e $\mu = 0.5$ (Hoyt) considerando ausência de I-CSI. | 66 |
| Figura 30 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = \{2, 5, 10\}$, $\kappa = 10$ e $\mu = 1$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 100 mensagens. | 67 |
| Figura 31 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = \{2, 5, 10\}$, $\kappa = 10$ e $\mu = 1$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 1000 mensagens. | 68 |
| Figura 32 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 100 mensagens, para vários casos de desvanecimento. | 68 |
| Figura 33 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 1000 mensagens, para vários casos de desvanecimento. | 68 |
| Figura 34 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 1$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 100 mensagens. | 69 |
| Figura 35 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 1$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 1000 mensagens. | 69 |
| Figura 36 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 1000 mensagens, para vários casos de desvanecimento. | 70 |
| Figura 37 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 10000 mensagens, para vários casos de desvanecimento | 70 |
| Figura 38 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = 1$ e $\mu = \{1, 10, 100\}$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 100 mensagens. | 71 |

| | |
|---|----|
| Figura 39 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 1$ e $\mu = \{1, 10, 100\}$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 1000 mensagens. | 71 |
| Figura 40 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 10000 mensagens, para vários casos de desvanecimento. | 72 |
| Figura 41 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 10000 mensagens, para vários casos de desvanecimento. | 72 |
| Figura 42 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2, \eta = \{1, 100, 1000\}$ e $\mu = 0, 5$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 100 mensagens. | 73 |
| Figura 43 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2, \eta = \{1, 100, 1000\}$ e $\mu = 0, 5$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 1000 mensagens. | 73 |
| Figura 44 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 10000 mensagens, para vários casos de desvanecimento. | 74 |
| Figura 45 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 10000 mensagens, para vários casos de desvanecimento. | 74 |

SUMÁRIO

| | | |
|------------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 17 |
| 1.1 | Objetivos | 18 |
| 1.2 | Estrutura do Trabalho | 18 |
| I | DESENVOLVIMENTO TEÓRICO | 19 |
| 2 | DESENVOLVIMENTO TEÓRICO | 21 |
| 2.1 | Análise Estocástica | 21 |
| 2.1.1 | Distribuição de probabilidade de uma função de várias variáveis aleatórias | 21 |
| 2.2 | Modelos Estatísticos de Canais Multi-percurso | 22 |
| 2.2.1 | Modelo de um sistema de transmissão sem fio | 22 |
| 2.2.2 | Transmissor | 23 |
| 2.2.3 | Canal | 23 |
| 2.2.4 | Receptor | 24 |
| 2.3 | Desvanecimento em Pequena Escala | 24 |
| 2.3.1 | Dispersão temporal do sinal - Análise por atraso | 25 |
| 2.3.2 | Dispersão Temporal do Sinal - Análise em Frequência | 26 |
| 2.3.3 | Característica Variante no Tempo do Canal - Análise por Atraso | 27 |
| 2.3.4 | Característica Variante no Tempo do Canal - Análise em Frequência | 28 |
| 2.4 | Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ | 29 |
| 2.4.1 | Casos Particulares da Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ | 29 |
| 2.4.1.1 | Distribuição Nakagami- m e Rayleigh a partir da Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ | 29 |
| 2.4.1.2 | Distribuição Rice e Rayleigh a partir da Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ | 31 |
| 2.4.1.3 | Distribuição Weibull a partir da $\alpha - \kappa - \mu$ | 33 |
| 2.4.2 | Demonstração da Distribuição Generalizada $\alpha - \kappa - \mu$ | 34 |
| 2.4.2.1 | Momentos | 36 |
| 2.4.3 | Simulações | 37 |
| 2.4.3.1 | Simulação da distribuição Rayleigh ($\alpha = 2, \mu = 1, \kappa = 0$) | 38 |
| 2.4.3.2 | Simulação da distribuição de Nakagami- m ($\alpha = 2, \kappa = 0$) | 38 |
| 2.4.3.3 | Simulação da distribuição de Rice ($\alpha = 2, \mu = 1$) | 39 |
| 2.4.3.4 | Simulação da distribuição de Weibull ($\kappa \rightarrow 0, \mu = 1$) | 39 |
| 2.4.3.5 | Simulação para Vários Casos da Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ | 40 |
| 2.5 | Distribuição $\alpha - \eta - \mu$ | 41 |
| 2.5.1 | Casos Particulares da distribuição $\alpha - \eta - \mu$ | 43 |
| 2.5.1.1 | Distribuição de Hoyt a partir da $\alpha - \eta - \mu$ | 43 |

| | | |
|------------|---|---------------|
| 4 | CONCLUSÕES | 75 |
| 4.1 | Propostas de Trabalhos Futuros | 75 |
| 4.2 | Publicações | 76 |
| | REFERÊNCIAS | 77 |

1 INTRODUÇÃO

A crescente demanda por informação, de maneira rápida e segura, conduz os sistemas de comunicação a novas tecnologias que atendem exigências cada vez maiores. Uma das áreas de maior foco em pesquisas e desenvolvimento nas últimas décadas é a transmissão de dados sem fio, em que sua aplicação de maior popularidade são os sistemas de telecomunicações celulares. Para se ter noção da magnitude desta tecnologia, em 2015 já se somavam cerca de 7 bilhões de terminais móveis no mundo [2]. No Brasil, o número de terminais móveis, em dados de 2015, já ultrapassavam os 280 milhões de usuários [3]. Estes números evidenciam a grande necessidade de estudos em todos os tópicos associados a comunicações sem fio. Nesse contexto, um dos principais limitadores das comunicações sem fio é o canal de transmissão sem fio.

O canal de transmissão sem fio provoca diversos efeitos na onda eletromagnética enviada, em que um dos principais focos de estudo é a atenuação e o desvanecimento. Em geral, separam-se os efeitos do canal em relação à distância entre transmissor e receptor, em que é dito que o sinal transmitido sofreu uma atenuação em larga escala se a distância for muito grande (em relação ao comprimento de onda do sinal transmitido) ou que sofreu um desvanecimento em pequena escala se a distância for pequena em relação ao comprimento de onda. A atenuação em larga escala, em geral, é causada pela perda de percurso ao longo da distância percorrida pelo sinal ou pelas diversas absorções pelos obstáculos do canal. O desvanecimento em pequena escala, ou apenas desvanecimento, é causado pelos efeitos multi-percurso ao longo de pequenas distâncias, e causa flutuações na amplitude e na fase do sinal transmitido [4]. Para o projeto de um sistema de comunicações sem fio ser bem sucedido deve-se utilizar um bom modelo de canal para se estimar a área de cobertura.

Devido ao comportamento estocástico dos efeitos multi-percurso, os modelos de desvanecimento são desenvolvidos a partir de análises estatísticas, considerando as bases teóricas dos efeitos físicos. Os modelos $\alpha - \kappa - \mu$ e $\alpha - \eta - \mu$ [5, 6, 7] de desvanecimento têm a vantagem de possuir graus de liberdade, em que abrangem outros modelos clássicos, sendo assim chamados de modelos generalizados. Os parâmetros das distribuições generalizadas são relacionados com os impactos físicos provocados pelo canal, como distorção, espalhamento e desbalanceamento entre as ondas transmitidas.

Conforme mencionado, o desvanecimento se manifesta de maneira estocástica, e apesar de possuir uma modelagem mais simplificada do que um respectivo modelo determinístico, os fenômenos aleatórios são de difícil estimação. Em um sistema de comunicação sem fio real, a informação do canal não é completamente conhecida, sendo que geralmente são utilizados métodos de estimação do desvanecimento para se compensar o sinal rece-

bido. Um método de estimação simples é feito por meio de *símbolos piloto* [8], em que ambos transmissor e receptor conhecem estes símbolos para fazer uma análise do efeito do desvanecimento a partir deles. Neste método, deve-se utilizar uma parte da mensagem transmitida para alocar os símbolos piloto. Quanto maior o número de símbolos piloto, melhor será a estimação, porém deve-se ter uma relação de compromisso com a eficiência de transmissão de informação na mensagem.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo analisar a taxa de erro de bit para diversos casos das distribuições generalizadas, considerando recepções com conhecimento ideal do desvanecimento e recepções com detecção por meio de estimação do desvanecimento, comparando assim, a eficiência da estimação. Salienta-se que a BER é a principal figura de mérito na avaliação de desempenho de sistemas de comunicações digitais. O processo de análise dos modelos será feitos por meio de simulações.

1.2 Estrutura do Trabalho

Este Trabalho de Conclusão de Curso tem Desenvolvimento separado em duas partes: Parte I - Desenvolvimento Teórico e Parte II - Simulações. O Desenvolvimento Teórico aborda um rápido estudo sobre a análise matemática básica, que será utilizada ao longo do trabalho, na Seção 2.1, e por sua vez mostra uma análise do canal de comunicações e dos seus efeitos, definindo assim o desvanecimento, em termos gerais, nas Seções 2.2 e 2.3. As Seções 2.4 e 2.5 mostram as definições e demonstrações para o entendimento dos modelos de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ e $\alpha - \eta - \mu$. No final do Desenvolvimento Teórico (Seção 2.6) é feita uma básica introdução da modulação QAM que será utilizado nas simulações. Na Parte II do trabalho, o canal de comunicações é novamente definido (de forma mais simplificada) e é mostrada uma introdução básica à Taxa de Erro de Bit nas Seções 3.1 e 3.2, respectivamente. A partir da Seção 3.3 são apresentadas as simulações das Taxas de Erro de Bit para vários casos de desvanecimento, e por sua vez a partir da Seção 3.4 são mostradas as simulações com erro de estimação. Por fim, no Capítulo 4 são apresentadas as conclusões do trabalho, em que na Seção 4.1 é sugerido propostas para trabalhos futuros e na Seção 4.2 é exposto um artigo que foi produzido a partir deste trabalho.

Parte I

Desenvolvimento Teórico

2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

2.1 Análise Estocástica

Na engenharia e na ciência em geral, existem problemas em que uma abordagem puramente determinística pode não ser eficiente. Certos fenômenos da natureza apresentam comportamento que podem levar a uma descrição física excessivamente complexa, que podem, ou não, ser um modelo fiel. Por sua vez, existem casos em que o modelo determinístico pode ser descrito, mas não é viável devido à grande quantidade de variáveis associadas e por possuir pouca generalidade.

Uma alternativa mais viável é a descrição estatística e probabilística dos fenômenos. Este tipo de abordagem se baseia no fato de que os fenômenos possuem incertezas intrínsecas [9]. Um modelo probabilístico, como em um modelo determinístico, parte de idéias, considerações e leis da física e da engenharia, porém seu caráter é puramente baseado em definições matemáticas. Nesta seção será mostrada a teoria matemática para se encontrar a distribuição de probabilidade de variáveis aleatórias que são funções de outras variáveis aleatórias. Esta teoria será amplamente usada nos próximos capítulos para compreender como se distribuem os diversos casos de desvanecimento que serão apresentados.

2.1.1 Distribuição de probabilidade de uma função de várias variáveis aleatórias

Para o estudo de função densidade de probabilidade de variáveis que são funções de uma ou de várias outras variáveis aleatórias, geralmente se adota uma abordagem vetorial. Considere um vetor aleatório \mathbf{z} definido por n variáveis aleatórias $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ que atribui a uma amostra ω do espaço das amostras Ω um vetor n -dimensional $\mathbf{z}(\omega)$. Isto significa, que \mathbf{z} faz o mapeamento

$$\begin{aligned} \mathbf{z} : \Omega &\longmapsto \mathbb{R}^n \\ \omega &\longmapsto \mathbf{z}(\omega) \end{aligned}$$

Agora, supõe-se um vetor aleatório m -dimensional \mathbf{y} que leva uma amostra ω do espaço de amostras Ω a um vetor por meio de uma função $\mathbf{g}(\mathbf{z}(\omega))$. Isto significa que \mathbf{y} faz o mapeamento

$$\begin{aligned} \mathbf{y} : \Omega &\longmapsto \mathbb{R}^m \\ \omega &\longmapsto \mathbf{g}(\mathbf{z}(\omega)) \end{aligned}$$

A partir destas considerações, pode-se definir a densidade de probabilidade do

vetor aleatório m -dimensional \mathbf{y} que é função do vetor n -dimensional \mathbf{z} . Como [9]

$$p_{\mathbf{y}}(\mathbf{Y}) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_{n \text{ integrais}} \delta(\mathbf{g}(\mathbf{X}) - \mathbf{Y}) p_{\mathbf{z}}(\mathbf{Z}) d\mathbf{Z} \quad (2.1)$$

em que $\delta(\cdot)$ é o delta de Dirac, $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{Z})$ é a função densidade de probabilidade conjunta do vetor aleatório \mathbf{z} e \mathbf{g} é a função de m variáveis que mapeia \mathbf{z} em \mathbf{y} . A partir da Equação 2.1 pode-se encontrar a função densidade de probabilidade de um vetor aleatório m -dimensional em função de outro vetor aleatório n -dimensional.

Nas seções seguintes, a envoltória do desvanecimento é modelado por funções de varias variáveis aleatórias gaussianas. Utilizando a Equação 2.1 pode-se encontrar a densidade de probabilidade do desvanecimento, caracterizando assim o modelo. Antes de analisar matematicamente o comportamento do desvanecimento, é necessário entender seu comportamento físico e seus efeitos. Na próxima seção são apresentadas as causas e as consequências do desvanecimento.

2.2 Modelos Estatísticos de Canais Multi-percurso

A propagação do sinal pelo canal não guiado sofre, em geral, dois tipos de atenuação: desvanecimento em larga escala e desvanecimento em pequena escala. O desvanecimento em larga representa a perda em potência média de percurso que o sinal sofre ao longo de grandes distâncias [10]. Este fenômeno é afetado principalmente pelas características geográficas entre transmissor e receptor [10] e tem como modelos, por exemplo, Okumura-Hata e o Espaço Livre [4]. O desvanecimento em pequena escala consiste nas flutuações de amplitude e fase do sinal recebido devido a pequenas mudanças na posição do receptor.

Para se implementar um sistema de comunicações em determinada região, deve se fazer um estudo do comportamento do canal sem fio para se estimar se o desempenho será suficiente para atender a requisitos como largura de banda, taxa de transmissão e taxa de erros mínimas. Este capítulo apresenta a análise do sistema de comunicação sem fio, abordando o modelo de transmissão, canal e recepção, em que na Seção 2.2.1 é mostrado um modelo de canal básico, e por sua vez a Seção 2.3 se aprofunda no conceito de desvanecimento e nas possíveis limitações do canal.

2.2.1 Modelo de um sistema de transmissão sem fio

A Figura 1 mostra um modelo genérico de um sistema de comunicação sem fio, sendo este formado por três blocos fundamentais: Transmissor, Canal e Receptor. As Seções 2.2.2, 2.2.3 e 2.2.4 explicitam a finalidade de cada um desses blocos seguindo a abordagem utilizada em [11].

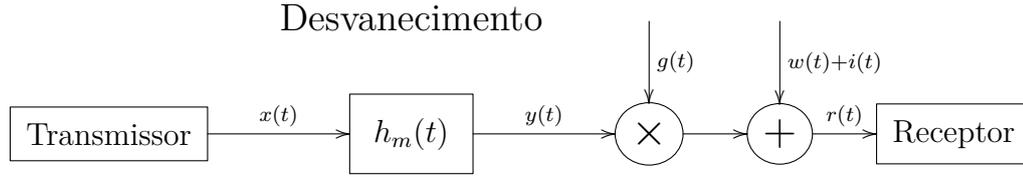


Figura 1 – Diagrama de blocos de sistema de comunicações sem fio.

2.2.2 Transmissor

O primeiro bloco em um sistema de transmissão sem fio é o transmissor, que gera a informação a ser enviada pelo canal usando uma portadora de frequência ω_c rad/s, que pode ser expressa genericamente por

$$s(t) = \sum_k [A[k] \cos(\omega_c t + \phi) - B[k] \text{sen}(\omega_c t + \phi)] p(t - kT_s), \quad (2.2)$$

em que $A[\cdot]$ e $B[\cdot]$ são as componentes em fase e em quadratura da portadora modulada, respectivamente, ϕ é uma fase aleatória uniformemente distribuída entre $[0, 2\pi)$, $p(t)$ é a onda formatante do sinal (que pode ser utilizada para uma filtragem específica, como por exemplo o filtro *pulso do cosseno levantado*), T_s é o tempo de símbolo e k é o número do símbolo que está sendo enviado. Para tornar a análise independente da frequência da portadora, geralmente utiliza-se a abordagem do sinal em banda base [12], dada por

$$s_{BB}(t) = \sum_k (A[k] + jB[k]) p(t - kT) \quad (2.3)$$

e conseqüentemente

$$s(t) = \Re\{s_{BB}(t)e^{j\omega_c t}\}. \quad (2.4)$$

em que $\Re\{\cdot\}$ é a parte real do argumento.

2.2.3 Canal

Um modelo de canal de transmissão sem fio deve simular os efeitos do desvanecimento, do ruído inerente e de possíveis interferências ao sinal. A parcela afetada pela perda de percurso em larga escala e pelo canal pode ser modelada como

$$z(t) = g(t) \times (h_m(t) * x(t)), \quad (2.5)$$

em que $g(t)$ representa as perdas de larga escala e $h_m(t)$ é a representação em banda base do desvanecimento em pequena escala e o símbolo $(*)$ representa a convolução. Percebe-se que a análise é feita separando os efeitos que atuam em grandes distâncias dos efeitos que atuam em pequenas distâncias. Neste trabalho, o foco será nas características dos efeitos de pequena escala. O modelo também deve considerar o ruído AWGN característico de sistemas de comunicações, em que o sinal recebido é dado por

$$r(t) = z(t) + w(t) = g(t) \times (h_m(t) * x(t)) + w(t), \quad (2.6)$$

em que $w(t)$ é o ruído gaussiano branco.

2.2.4 Receptor

O receptor em um sistema de comunicação tem como principal objetivo uma estimação ótima do sinal recebido, ou seja, sempre minimizar o erro de recepção. A Figura 2 mostra um diagrama de blocos do modelo de receptor [11]. O primeiro bloco no modelo de receptor considerado é um bloco de ganho automático (*Automatic Gain Control – AGC*). O AGC procura compensar a atenuação de larga escala provocada pelo canal por meio de estimações do ganho do $g(t)$, mantendo os sinais com energia média fixa. Considerando que $\hat{g}(t)$ é o ganho de larga escala estimado e que $\hat{g}(t) \approx g(t)$, a saída do AGC $\hat{r}(t)$ será

$$\hat{r}(t) = \frac{r(t)}{\hat{g}(t)} = (x(t) * h_m(t)) \times \frac{g(t)}{\hat{g}(t)} + \frac{w(t)}{\hat{g}(t)} \approx x(t) * h_m(t) + \hat{w}(t), \quad (2.7)$$

sendo $\hat{w}(t)$ o ruído compensado pelo ganho estimado $\hat{g}(t)$. Supondo que o canal seja seletivo em frequência, deve-se compensar a resposta ao impulso do canal $h_m(t)$ por meio de outro sistema $h_{eq}(t)$ para que seus efeitos sejam minimizados. Esse processo é conhecido como equalização e compõe o segundo bloco do modelo do receptor. Matematicamente, a equalização é expressa por [11]

$$\hat{r}_{eq}(t) = \hat{r} * h_{eq}(t) \approx x(t) * h_m * h_{eq}(t) + \hat{w}(t) * h_{eq}(t) \approx x(t) + \hat{w}_{eq}(t) \quad (2.8)$$

O procedimento de equalização só é necessário no caso em que o canal é seletivo em frequência, caso contrário, é suficiente utilizar apenas o AGC. Após a equalização pode-se utilizar um *filtro casado* (*matched filter*) [11], que é uma função de transferência adaptada ao pulso modulante utilizado na recepção, que garante máxima relação sinal-ruído, de maneira que sua resposta ao impulso é o conjugado complexo do pulso formatante com o tempo invertido $p^*(-t)$ [1]. Assim,

$$r(t) = \hat{r}_{eq}(t) * p^*(-t) \approx \sum_k (A(t) + jB(t))p(t - kT) * p^*(-t) + \hat{w}_{eq}(t) * p^*(-t). \quad (2.9)$$

Supondo que a amostragem é feita com perfeita sincronia e que o pulso formatante é normalizado para possuir energia unitária ($p(t - kT) * p^*(-t) = 1$), tem-se que

$$r(kT) \approx \sum_k (A[k] + jB[k]) + \hat{w}_f(t) \quad (2.10)$$

O último bloco do receptor é o bloco de detecção, que procura estimar os símbolos que foram transmitidos a partir das informações ruidosas e distorcidas do sinal recebido [11].

2.3 Desvanecimento em Pequena Escala

O desvanecimento em pequena escala é usada para descrever as flutuações das amplitudes, fases ou atrasos de múltiplos percursos de um sinal de rádio em um curto

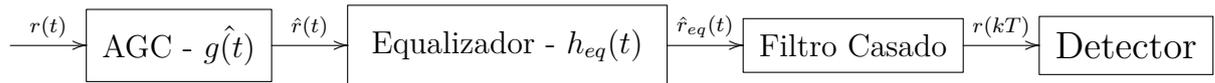


Figura 2 – Diagrama de blocos do receptor.

período de tempo ou distância [4]. A partir deste ponto, o desvanecimento em pequena escala será citado apenas como desvanecimento, dado que o desvanecimento de larga escala não é o foco do trabalho. Os fatores que influenciam no desvanecimento são [4]

- a) **Propagação de múltiplos percursos:** a presença dos objetos no canal provoca um efeito de reflexão e dispersão no sinal transmitido, provocando flutuações de amplitude, fase e atrasos temporais;
- b) **Velocidade da estação móvel:** o movimento relativo entre transmissor e receptor provoca um desvio em frequência no sinal transmitido devido ao efeito Doppler. O desvio da frequência instantânea em relação a frequência da portadora depende do ângulo de incidência do raio do sinal na estação móvel e da velocidade relativa entre receptor e transmissor;
- c) **Movimento dos objetos no canal:** Se os objetos no canal estiverem em movimento com velocidades relativas variadas, o canal produz um efeito Doppler que varia com o tempo. Este comportamento é caracterizado por um sistema variante no tempo;
- d) **Largura de banda do canal:** se a largura de banda do sinal transmitido é maior do que a largura de banda do canal, o sinal recebido será filtrado pelo canal. Caso contrário, se a banda do canal é maior do que a banda do sinal, o sinal recebido sofre uma atenuação plana em frequência e sendo assim, não ocorre distorção.

O desvanecimento em pequena escala se manifesta, em geral, sobre dois mecanismos [10]: Dispersão do sinal no tempo e comportamento variante no tempo do canal. Pode-se analisar estes efeitos pelo estudo do atraso causado pelo canal, ou seja, observar o espalhamento que o canal causa a uma excitação por impulso (sinal de banda larga), ou pode-se analisar no domínio da frequência [10]. As Seções 2.3.1, 2.3.2, 2.3.3 e 2.3.4 a seguir abordarão os mecanismos do desvanecimento em pequena escala seguindo as duas abordagens.

2.3.1 Dispersão temporal do sinal - Análise por atraso

Na análise da dispersão temporal no domínio do atraso τ , deve-se conhecer a resposta do canal a uma excitação em impulso (sinal de faixa larga) a cada instante de tempo t . Para isso é transmitido um único impulso, e é medido o tempo entre a primeira

e a componente com uma atenuação pré-definida (em geral pode-se utilizar 10 ou 20 dB de atenuação [10]) de potência recebida, sendo este tempo chamado de *Excesso de Atraso Máximo* T_m (*Maximum Excess Delay*) [10]. Logo, pode-se caracterizar o canal pelo Perfil de Atraso de Potência (PDP – *Power Delay Profile*) [4], que consiste na resposta ao impulso do canal em função do tempo, do atraso e do local de medição. Supondo um modelo genérico para canal de transmissão com resposta ao impulso $h(\tau)$ dado por [13]

$$h(\tau) = \sum_{i=0}^{N(t)-1} a_i(t) \exp(-j\phi_i(t)) \delta(\tau - \tau_i(t)), \quad (2.11)$$

em que $N(t)$ é o número de sinais multipercurso e $a_i(t)$, $\phi_i(t)$ e $\tau_i(t)$ são a magnitude, fase e atraso temporal para o i -ésimo sinal recebido. Todos estes parâmetros são medidos no instante de tempo t , em que pode-se expressar o PDP por [13]

$$P_h [i] = E \left[|h_t(\tau)|^2 \right] |_{\tau=iT_s} = \sum_{i=0}^{N(t)-1} |a_i|^2 \delta(t - iT_a), \quad (2.12)$$

sendo T_a o período de amostragem utilizado na medição do PDP. Sendo assim, o PDP caracteriza a distribuição de potência em função do atraso τ para cada medida feita no instante t .

O parâmetro T_m pode fornecer a informação sobre grau de seletividade do canal. Supondo um tempo de símbolo T_s , se o excesso de atraso máximo do sistema for maior que T_s , o canal é dito *seletivo em frequência*. Neste caso, o atraso causado pelo canal provoca interferência intersimbólica (*Intersymbol Interference* – ISI) [10, 1]. Supondo agora que $T_m < T_s$, o canal é dito *plano* ou *não-seletivo em frequência*, ou seja, o canal afeta toda a faixa de frequência do sinal de mesma maneira.

2.3.2 Dispersão Temporal do Sinal - Análise em Frequência

A transformada de Fourier do PDP é a função de correlação em frequência $R(\Delta f)$, que consiste na correlação entre a resposta do canal a dois sinais de frequência diferentes. Para se mensurar a função $R(\Delta f)$ deve-se transmitir dois sinais de frequência f_1 e f_2 (em que $\Delta f = f_2 - f_1$) e medir a correlação cruzada entre os dois sinais recebidos para a faixa de frequência de interesse [10]. A partir desta medida, pode-se definir a *Banda de Coerência* f_0 (*Coherence Bandwidth*) como a faixa de frequência em que o canal permite a passagem do sinal com aproximadamente mesmo ganho e fase linear [10]. A banda de coerência e o excesso de atraso máximo são relacionados por

$$f_0 \propto \frac{1}{T_m} \quad (2.13)$$

Uma melhor estimativa da dispersão temporal é vista em relação a Dispersão de Atraso RMS (*RMS Delay Spread*), que consiste no valor RMS (*Root Mean Square*) das

várias medidas de atraso para cada instante t , sendo expressa por [4]

$$\sigma_\tau = \sqrt{E[\tau^2] - \mu_\tau^2} \quad (2.14)$$

sendo $E[\tau^2]$ o segundo momento dos atrasos τ , dado por

$$E[\tau^2] = \frac{\sum_i |a_i|^2 \tau_i^2}{\sum_i |a_i|^2}. \quad (2.15)$$

Um valor exato para a banda de coerência não existe [4], porém, geralmente é utilizado $f_0 = 1/(50\sigma_\tau)$ (para correlação em frequência acima de 0,9) e $f_0 = 1/(5\sigma_\tau)$ (para correlação em frequência próximo de 0,5) [10, 4].

Pode-se analisar o comportamento em frequência do canal também por f_0 . Considerando a aproximação da largura de banda do sinal transmitido por $W \approx 1/T_s$, o canal é seletivo em frequência se $W > f_0$, em que a banda ocupada pelo sinal é maior em que o canal tem magnitude quase constante e fase linear. Caso contrário, quando $W < f_0$, o canal é considerado plano.

2.3.3 Característica Variante no Tempo do Canal - Análise por Atraso

Nas Seções 2.3.1 e 2.3.2 foi descrito o comportamento em frequência do canal, porém essa análise não fornece a informação sobre a variação temporal do canal. Devido a movimentação entre o transmissor e o receptor em uma possível aplicação de transmissão sem fio, o canal se comporta como um sistema variante no tempo. Logo, supondo a transmissão de uma onda contínua (*Continuous Wave* – CW), o receptor observa variações em amplitude e fase [10].

Para se mensurar a característica do canal, pode se enviar um tom senoidal (sinal de faixa estreita) nos instantes de tempo t_1 e no tempo t_2 e calcular a função de correlação da resposta do canal $R(\Delta t)$ (em que $\Delta t = t_2 - t_1$) entre as medidas dos dois instantes de tempo. Sabendo que em um canal invariante no tempo ideal, a correlação entre o sinal recebido e o enviado deve ser muito alta, a partir da função $R(\Delta t)$ pode-se encontrar o *Tempo de Coerência* T_0 (*Coherence time*), que é a região da função de correlação onde a correlação é mais elevada. Na região do tempo de coerência, o canal se comporta aproximadamente como um canal invariante no tempo [10, 4].

Clarke [14] desenvolveu um modelo clássico de canal considerando espalhamento denso dos sinais e com velocidade relativa entre receptor e transmissor constante [10], em que a envoltória do desvanecimento segue a distribuição Rayleigh. Neste modelo, o deslocamento Doppler para a n -ésima onda incidente que chega a um ângulo α_n ao plano do receptor é expressa por [4]

$$\Delta f = \frac{\nu}{\lambda} \cos \alpha_n, \quad (2.16)$$

em que ν é a velocidade relativa entre transmissor e receptor e λ é o comprimento de onda do sinal eletromagnético incidente. A partir do modelo de Clarke [14], a função de correlação para o modelo considerado é dada por

$$R(\Delta t) = J_0(k\nu\Delta t) \quad (2.17)$$

em que $k = 2\pi/\lambda$ e $J_0(\cdot)$ é a função de Bessel de primeira espécie e de ordem zero.

O conhecimento do tempo de coerência permite caracterizar a velocidade do desvanecimento [4]. Se o canal possuir um tempo de coerência maior que o tempo de símbolo ($T_0 > T_s$), o desvanecimento é dito *lento*. Caso o tempo de coerência seja menor do que o tempo de símbolo, o desvanecimento é dito *rápido*.

2.3.4 Característica Variante no Tempo do Canal - Análise em Frequência

A transformada de Fourier da função de correlação $R(\Delta t)$ é chamada de *Densidade Espectral de Potência Doppler* e, considerando o modelo de Clarke, pode ser expressa por [10, 4]

$$S(f) = \frac{1}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}}, \quad -f_d < f < f_d, \quad (2.18)$$

em que f_d é o desvio máximo de frequência Doppler dado por $f_d = \nu/\lambda$. O espectro Doppler indica o quanto espalhado se torna o espectro de potência de um tom senoidal transmitido. Este espalhamento relacionado a f_d é chamado de *Largura de Banda do Desvanecimento*. Pode-se relacionar o tempo de coerência com o espalhamento espectral por

$$T_0 \propto \frac{1}{f_d} \quad (2.19)$$

Para uma melhor definição sobre a velocidade do desvanecimento, pode-se definir o tempo de coerência como o tempo que o canal fornece uma correlação maior que 0,5. Nesta condição, a relação entre o tempo de coerência e o espalhamento Doppler torna-se $T_0 \approx \frac{9}{16\pi f_d}$ [4, 10].

Devido à aleatoriedade do canal, as ondas incidentes possuem componentes de *Linha de Visada Direta* (Line of Sight – LOS) e componentes espalhadas que podem ser modeladas por variáveis aleatórias gaussianas (esta consideração é consequência do Teorema do Limite Central [13]). As Seções 2.4 e 2.5 mostram os modelos $\alpha - \kappa - \mu$ e $\alpha - \eta - \mu$ da envoltória do desvanecimento generalizado, que levam em consideração a não linearidade do canal, relação entre a componente LOS e as componentes espalhadas, número de ondas espalhadas incidentes e desbalanceamento entre fase e quadratura.

2.4 Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$

A Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ [15, 5] é uma distribuição de desvanecimento generalizada, dado que pode ser usada para representar os efeitos multipercurso considerando vários fenômenos do canal. Utilizada para modelar o sinal que se propaga por canais com linha de visada direta e leva em conta os múltiplos percursos e a não-linearidade do canal, e possui envoltória dada por [15, 5]

$$R = \sqrt[\alpha]{\sum_{i=1}^{\mu} (X_i + p_i)^2 + (Y_i + q_i)^2} = \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{\mu} (X_i + p_i)^2 + (Y_i + q_i)^2} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \quad (2.20)$$

em que X_i e Y_i são variáveis aleatórias gaussianas de média nula e variâncias $\text{Var}[X_i] = \text{Var}[Y_i] = \sigma^2$, p_i e q_i são as médias das componentes em fase e quadratura e μ é extensão do número de ondas parciais espalhadas que possuem atrasos na mesma ordem de grandeza, também chamadas de *clusters* [15].

O parâmetro α da Equação 2.20 modela a não-linearidade do canal de comunicação, dado que este parâmetro modifica a forma da envoltória do sinal transmitido. Por sua vez, o parâmetro κ é definido como a relação entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes espalhadas, dado por [15]

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^{\mu} (p_i^2 + q_i^2)}{2\mu\sigma^2} \quad (2.21)$$

2.4.1 Casos Particulares da Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$

A distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ é uma distribuição generalizada; isto significa que, para certos valores de seus parâmetros, pode-se obter distribuições já conhecidas que modelam casos particulares de desvanecimento. As Seções 2.4.1.1 a 2.4.1.3 mostram os casos particulares da distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ e em seguida são apresentadas as simulações da envoltória R para os casos particulares.

2.4.1.1 Distribuição Nakagami- m e Rayleigh a partir da Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$

Nesta seção será demonstrado o caso particular em que a transmissão não possui uma componente de linha de visada direta e o meio não afeta a forma da envoltória. Em termos do modelo $\alpha - \kappa - \mu$ isto significa que o parâmetro $\kappa \rightarrow 0$, dado que a potência da componente de visada direta é nula. Supor que o meio não afeta a forma da envoltória significa que a envoltória é igual ao módulo das componentes fase-quadratura, logo $\alpha = 2$. O parâmetro μ não foi fixado, implicando que o número de *clusters* é arbitrário. Portanto, para $\alpha = 2$ e $\kappa \rightarrow 0$, a variável aleatória R torna-se

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^{\mu} (X_i^2 + Y_i^2)} = \mathbf{g}(\mathbf{z}(\omega)) \quad (2.22)$$

Para se encontrar a distribuição da variável aleatória R pode-se utilizar a Definição 2.1, em que \mathbf{y} é o vetor aleatório unidimensional R e \mathbf{z} é o vetor aleatório 2μ -dimensional $\{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_\mu, y_\mu\}$. A função $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})$ é a função densidade de probabilidade conjunta do vetor aleatório \mathbf{z} formado por variáveis aleatórias gaussianas independentes $\mathcal{N} \sim (0, \sigma^2)$, dada por

$$p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = p_{X_1, Y_1, X_2, Y_2, \dots, X_\mu, Y_\mu}(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_\mu, y_\mu) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^\mu} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{\mu} (x_i^2 + y_i^2)}{2\sigma^2}\right). \quad (2.23)$$

Substituindo as Equações 2.22 e 2.23 na Equação 2.1, tem-se que a função densidade de probabilidade de R é dada por

$$p_R(r) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_{2\mu \text{ integrais}} \delta(\sqrt{x_1^2 + x_1^2 + \dots + x_\mu^2 + y_\mu^2} - R) p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) dx_1 dy_1 \dots dx_\mu dy_\mu \quad (2.24)$$

Para resolver a Equação 2.24 pode-se fazer uma mudança de variáveis para coordenadas 2μ -esféricas. Essas coordenadas são análogas às coordenadas polares bidimensionais, mas em um sistema de coordenadas euclidiano de dimensão arbitrária. Com a mudança de variáveis, a componente volumétrica torna-se [16]

$$dx_1 dy_1 \dots dx_\mu dy_\mu = \rho^{2\mu-1} \sin^{2\mu-2}(\phi_1) \sin^{2\mu-3}(\phi_2) \dots \sin(\phi_{2\mu-2}) d\rho d\phi_1 d\phi_2 \dots d\phi_{2\mu-1} \quad (2.25)$$

em que ρ é o raio da esfera 2μ -dimensional definido por $\rho = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + \dots + x_\mu^2 + y_\mu^2}$, e as variáveis $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{2\mu-1}$ são as coordenadas angulares. Com essa mudança de variáveis a integral 2.24 torna-se

$$p_R(r) = \underbrace{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \dots \int_0^\pi}_{2\mu \text{ integrais}} \delta(\rho - r) p_\rho(\rho) \rho^{2\mu-1} \sin^{2\mu-2}(\phi_1) \sin^{2\mu-3}(\phi_2) \times \dots \quad (2.26)$$

$$\dots \times \sin(\phi_{2\mu-2}) d\rho d\phi_1 d\phi_2 \dots d\phi_{2\mu-1}$$

em que $p_\rho(\rho)$ é dada por

$$p_\rho(\rho) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^\mu} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.27)$$

Rearranjando e resolvendo a Equação 2.26 usando as fórmulas de recorrência do volume de uma esfera n -dimensional [16] além da propriedade da amostragem do delta de Dirac, tem-se

$$p_R(r) = \int_0^\infty \delta(\rho - r) p_\rho(\rho) \rho^{2\mu-1} d\rho \int_0^{2\pi} d\phi_{2\mu-1} \times \dots$$

$$\dots \times \int_0^\pi \dots \int_0^\pi \sin^{2\mu-2}(\phi_1) \sin^{2\mu-3}(\phi_2) \dots \sin(\phi_{2\mu-2}) d\phi_1 d\phi_2 \dots d\phi_{2\mu-2} \quad (2.28)$$

$$= \frac{2\pi^\mu}{\Gamma(\mu)} \int_0^\infty \delta(\rho - r) p_\rho(\rho) \rho^{2\mu-1} d\rho = \frac{1}{\Gamma(\mu) 2^{\mu-1} \sigma^{2\mu}} r^{2\mu-1} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) u(r)$$

em que $u(\cdot)$ é a função degrau unitário e $\Gamma(\cdot)$ é a função Gamma [17], definida por

$$\Gamma(\mu) = \int_0^{\infty} x^{\mu-1} e^{-x} dx. \quad (2.29)$$

Substituindo $1/2\sigma^2$ por m/Ω e μ por m , a Equação 2.28 torna-se

$$p_R(r) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)\Omega^m} r^{2m-1} \exp\left(-\frac{m}{\Omega} r^2\right) u(r). \quad (2.30)$$

A função densidade de probabilidade da Equação 2.30 é conhecida como distribuição Nakagami- m [18], em que m é um parâmetro relacionado com a intensidade do desvanecimento [19] (número de processos gaussianos associados ao modelo) e no modelo $\alpha - \kappa - \mu$ equivale ao parâmetro μ ; e Ω é a potência total nas ondas espalhadas. O desvanecimento Nakagami- m modela transmissões em áreas urbanas onde a flutuação aleatória da potência do sinal recebido é alta e rápida. Esta distribuição pode modelar diferentes condições de propagação, fornecendo mais flexibilidade e boa aderência com dados experimentais [19].

Supondo que apenas um conjunto de sinais chega por vez, ou seja, apenas um *cluster* ($m = 1$), a distribuição Nakagami- m torna-se

$$P_R(r) = \frac{2r}{\Omega} \exp\left(-\frac{r^2}{\Omega}\right) u(r). \quad (2.31)$$

A Equação 2.31 é conhecida como distribuição de Rayleigh [20]. Este desvanecimento modela meios de propagação sem uma componente de visada direta em um meio homogêneo e em que as ondas possuem mesmos atrasos temporais. Pode-se perceber que este desvanecimento é um caso muito particular dado que todos parâmetros da distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ foram fixados, não possuindo assim, flexibilidade para ajustes no modelo.

2.4.1.2 Distribuição Rice e Rayleigh a partir da Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$

Nesta seção será demonstrado a distribuição para o caso particular onde o sinal é transmitido por um canal que não modifica o a envoltória aleatória e os atrasos temporais entre as ondas que chegam ao receptor são aproximadamente os mesmos. Em termos do modelo $\alpha - \kappa - \mu$, isto significa que $\alpha = 2$ e $\mu = 1$. Nesta análise, é considerada a transmissão possui uma componente de visada direta. Logo, a razão das potências entre a componente de visada direta e das componentes espalhadas é não nula ($\kappa > 0$). Sendo assim, para $\alpha = 2$ e $\mu = 1$, a variável aleatória R torna-se

$$R = \sqrt{(X + p)^2 + (Y + q)^2} = \mathbf{g}(\mathbf{z}(\omega)) \quad (2.32)$$

Nesse caso, utilizando a Definição 2.1, \mathbf{y} é o vetor aleatório unidimensional R e \mathbf{z} é o vetor aleatório bidimensional $\mathbf{z} = \{x, y\}$. Para facilitar os cálculos, pode-se substituir

$(X + p)$ e $(Y + q)$ por X' e Y' , respectivamente. As variáveis X' e Y' são variáveis aleatórias $\mathcal{N} \sim (p, \sigma^2)$ e $\mathcal{N} \sim (q, \sigma^2)$. Logo, a função densidade de probabilidade conjunta $p_{\mathbf{z}'}$ é dada por

$$p_{\mathbf{z}'}(\mathbf{z}') = p_{X', Y'}(x', y') = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x' - p)^2 + (y' - q)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.33)$$

Substituindo as Equações 2.32 e 2.33 na Equação 2.1, tem-se que a função densidade de probabilidade de R é dada por

$$p_R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\sqrt{x'^2 + y'^2} - r) \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x' - p)^2 + (y' - q)^2}{2\sigma^2}\right) dx dy. \quad (2.34)$$

Fazendo uma mudança para coordenadas polares, a Equação 2.34 torna-se

$$\begin{aligned} p_R(r) &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \delta(\rho - r) \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(\rho \cos \theta - p)^2 + (\rho \sin \theta - q)^2}{2\sigma^2}\right) \rho d\rho d\theta \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \delta(\rho - r) \frac{\rho}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2 + p^2 + q^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(\frac{2p\rho \sin \theta + 2q\rho \cos \theta}{2\sigma^2}\right) d\rho d\theta \\ &= \int_0^{\infty} \delta(\rho - r) \frac{\rho}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2 + p^2 + q^2}{2\sigma^2}\right) d\rho \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{p\rho \sin \theta + q\rho \cos \theta}{\sigma^2}\right) d\theta \end{aligned} \quad (2.35)$$

Sabendo que [21]

$$p\rho \cos \theta + q\rho \sin \theta = \rho\sqrt{p^2 + q^2} \cos\left(\theta - \tan^{-1}\left(\frac{q}{p}\right)\right), \quad (2.36)$$

a Equação 2.35 torna-se

$$p_R(r) = \int_0^{\infty} \delta(\rho - r) \frac{\rho}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2 + p^2 + q^2}{2\sigma^2}\right) d\rho \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{\rho\sqrt{p^2 + q^2} \cos(\theta - \tan^{-1}(\frac{q}{p}))}{\sigma^2}\right) d\theta. \quad (2.37)$$

A segunda integral da Equação 2.37 pode ser resolvida utilizando a forma integral da função modificada de Bessel de primeira espécie e de ordem zero $I_0(\cdot)$ [17], definida por

$$I_0(\beta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e^{\beta \cos \theta} d\theta \quad (2.38)$$

Fazendo a mudança de variável $\phi = \theta - \tan^{-1}(\frac{q}{p})$, tem-se que

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{\rho\sqrt{p^2 + q^2} \cos(\theta - \tan^{-1}(\frac{q}{p}))}{\sigma^2}\right) d\theta &= \int_{-\tan^{-1}(\frac{q}{p})}^{2\pi - \tan^{-1}(\frac{q}{p})} \exp\left(\frac{\rho\sqrt{p^2 + q^2} \cos(\phi)}{\sigma^2}\right) d\phi \\ &= 2\pi I_0\left(\rho \frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Substituindo a Equação 2.39 na Equação 2.37, utilizando a propriedade da amostragem da função delta de Dirac e fazendo $\sqrt{p^2 + q^2} = \nu$, tem-se

$$\begin{aligned} p_R(r) &= \int_0^{\infty} \frac{I_0\left(\frac{r\nu}{\sigma^2}\right)}{\sigma^2} \delta(\rho - r) \rho \exp\left(-\frac{\rho^2 + \nu^2}{2\sigma^2}\right) d\rho \\ &= \frac{I_0\left(\frac{r\nu}{\sigma^2}\right)}{\sigma^2} r \exp\left(-\frac{r^2 + \nu^2}{2\sigma^2}\right) u(r). \end{aligned} \quad (2.40)$$

A função densidade de probabilidade da Equação 2.40 é conhecida como a distribuição de Rice [22, 23], em que o parâmetro ν é a magnitude da média das componentes em fase e em quadratura. Uma outra maneira de representar a distribuição de Rice é em termos dos parâmetros K e Ω , em que parâmetro K é a razão entre a potência em visada direta e da potência nos percursos espalhados (equivalente ao parâmetro κ na distribuição generalizada) e o parâmetro Ω é a potência total em todos os caminhos de propagação [23]. Fazendo $\sigma^2 = \frac{\Omega}{2(1+K)}$ e $\nu = \left(\frac{K}{1+K}\right)\Omega$, a função densidade probabilidade torna-se

$$p_R(r) = \frac{2(K+1)r}{\Omega} \exp\left(-K - \frac{(K+1)r^2}{\Omega}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega}}r\right) u(r). \quad (2.41)$$

O desvanecimento Rice modela transmissões que possuem uma componente de visada direta, ou seja, um meio com uma componente dominante sobre as ondas espalhadas [24]. Nesses casos, as componentes de fase e de quadratura são processos gaussianos com médias não-nulas diferentes [25].

Supondo que as médias das componentes de fase e quadratura são nulas ($\nu = 0$, logo $\kappa \rightarrow 0$), a transmissão perde a componente de visada direta e o desvanecimento torna-se Rayleigh.

2.4.1.3 Distribuição Weibull a partir da $\alpha - \kappa - \mu$

Nesta seção será abordada a demonstração da distribuição para o caso particular em que a transmissão não possui componente de visada direta e os sinais chegam ao receptor com o mesmo atraso. Em termos do modelo $\alpha - \kappa - \mu$, isto significa que $\kappa \rightarrow 0$ e $\mu = 1$. Nesta análise o canal modifica o formato da envoltória aleatória (canal não homogêneo), fato que é expressado por $\alpha \neq 2$. Logo, para $\kappa \rightarrow 0$ e $\mu = 1$, a variável aleatória R torna-se

$$R = \sqrt[\alpha]{X^2 + Y^2} = \mathbf{g}(\mathbf{z}(\omega)) \quad (2.42)$$

Nesse caso, utilizando a Definição 2.1, \mathbf{y} é o vetor aleatório unidimensional R e \mathbf{z} é o vetor aleatório bidimensional $\mathbf{z} = \{X, Y\}$. As variáveis X e Y são variáveis aleatórias independentes $\mathcal{N} \sim (0, \sigma^2)$. A função densidade de probabilidade conjunta $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})$ é dada por

$$p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = p_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.43)$$

Fazendo a mudança de variáveis $Q = R^{\frac{\alpha}{2}}$, tem-se

$$R^{\frac{\alpha}{2}} = Q = \sqrt{X^2 + Y^2} = \mathbf{h}(\mathbf{z}(w)) \quad (2.44)$$

Pelo o que foi descrito nas seções anteriores, a variável aleatória Q possui distribuição de Rayleigh, dada por

$$p_Q(q) = \frac{q}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-q^2}{2\sigma^2}\right) u(q) \quad (2.45)$$

Logo, a função densidade probabilidade de R pode ser calculada por

$$p_R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\sqrt[\alpha]{q} - r) p_Q(q) dq. \quad (2.46)$$

Chamando $\sqrt[\alpha]{q} = u$, tem-se que $dq = \frac{\alpha}{2} u^{(\alpha/2-1)} du$. Substituindo na Equação 2.46 e resolvendo, tem-se

$$\begin{aligned} p_R(r) &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(u - r) \frac{\alpha u^{\alpha-1}}{2\sigma^2} \exp\left(\frac{-u^\alpha}{2\sigma^2}\right) du \\ &= \frac{\alpha r^{\alpha-1}}{2\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^\alpha}{2\sigma^2}\right) u(r) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Substituindo $1/2\sigma^2$ por $1/\lambda^\alpha$, chega-se a

$$p_R(r) = \frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{r}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \exp\left(\frac{-r}{\lambda}\right)^\alpha u(r). \quad (2.48)$$

A Expressão 2.48 é conhecida como a distribuição de Weibull [20, 26], em que o parâmetro λ é relacionado aos momentos da distribuição. O modelo de desvanecimento Weibull considera a propagação da onda eletromagnética por multi-percursos em um meio não homogêneo [27], quantificado por $\alpha \neq 2$. O desvanecimento Rayleigh também é um modelo clássico para propagação em multi-percursos. Porém, no modelo de Rayleigh é considerado um grande número de caminhos de propagação para que os processos aleatórios sejam considerados gaussianos, usando do conceito do Teorema do Limite Central. Entretanto, em ambientes onde o número de caminhos de propagação é relativamente pequeno o desvanecimento Weibull mostra-se mais coerente com os resultados experimentais [26].

2.4.2 Demonstração da Distribuição Generalizada $\alpha - \kappa - \mu$

Nesta seção será demonstrado a distribuição de uma variável de parâmetros $\alpha - \kappa - \mu$ arbitrários, baseada nas recomendações de [5]. Também será mostrado como encontrar os momentos de ordem n qualquer da envoltória [5, 6, 7].

Considerando a envoltória aleatória R descrita na Equação 2.20 e fazendo a mudança de variáveis $W = R^\alpha$ e $W_i = R_i^2 = (X_i + p_i)^2 + (Y_i + q_i)^2$, tem-se que

$$W = \sum_{i=1}^{\mu} W_i. \quad (2.49)$$

As variáveis R_i , como demonstrado na Seção 2.4.1.2, possuem distribuição Rice. Logo, a variável W_i , função de R_i , possui função densidade probabilidade dada por

$$\begin{aligned} p_{W_i}(w_i) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(r_i^2 - w_i) \frac{I_0\left(\frac{r_i \nu_i}{\sigma^2}\right)}{\sigma^2} r_i \exp\left(-\frac{(r_i^2 + \nu_i^2)}{2\sigma^2}\right) u(r_i) dr_i \\ &= \frac{1}{2\sigma^2} I_0\left(\frac{\sqrt{w_i \nu_i^2}}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{w_i + \nu_i^2}{2\sigma^2}\right) u(w_i) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Sabendo que uma variável aleatória que é soma de várias outras variáveis aleatórias, com distribuições conhecidas, possui função densidade probabilidade dada pelas sucessivas convoluções entre as funções densidade de probabilidade [9], tem-se que

$$p_W(w) = p_{W_1} * p_{W_2} * \dots * p_{W_\mu}. \quad (2.51)$$

Pode-se utilizar da propriedade da multiplicação no domínio s da transformada de Laplace para se encontrar a resolução da Equação 2.51, resultando em

$$\mathcal{L}\{p_W(w)\} = \prod_{i=1}^{\mu} \mathcal{L}\{p_{W_i}(w_i)\}. \quad (2.52)$$

Utilizando da propriedade de deslocamento em no domínio s [17], a transformada de Laplace da função densidade probabilidade de uma variável W_i específica é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{p_{W_i}(w_i)\} &= \mathcal{L}\left\{ \frac{1}{2\sigma^2} I_0\left(\frac{\sqrt{w_i\nu_i^2}}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{w_i + \nu_i^2}{2\sigma^2}\right) u(w_i) \right\} \\ &= \frac{e^{-\nu_i^2}}{2\sigma^2} \mathcal{L}\left\{ I_0\left(\frac{\sqrt{w_i\nu_i^2}}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{w_i}{2\sigma^2}\right) u(w_i) \right\} \\ &= \frac{e^{-\nu_i^2}}{2\sigma^2} \mathcal{L}\left\{ I_0\left(\frac{\sqrt{w_i\nu_i^2}}{\sigma^2}\right) u(w_i) \right\} \left(s + \frac{1}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (2.53)$$

Sabendo que [28]

$$\mathcal{L}\left\{ I_0(2\sqrt{ax}) u(x) \right\} = \frac{1}{s} e^{\frac{a}{s}} \quad (2.54)$$

em que s é a variável complexa da transformada de Laplace e a é uma constante, a Equação 2.53 torna-se

$$\mathcal{L}\{p_{W_i}(w_i)\} = \left(\frac{e^{-\nu_i^2}}{2\sigma^2}\right) \times \left(\exp\left(\frac{\frac{\nu_i^2}{4\sigma^4}}{s + \frac{1}{2\sigma^2}}\right)\right) \times \left(s + \frac{1}{2\sigma^2}\right)^{-1}. \quad (2.55)$$

Logo, aplicando 2.55 em 2.53, tem-se que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{p_W(w)\} &= \left(\frac{e^{-(\sum_{i=1}^{\mu} \nu_i^2)}}{(2\sigma^2)^\mu}\right) \times \left(\exp\left(\frac{\sum_{i=1}^{\mu} \frac{\nu_i^2}{4\sigma^4}}{s + \frac{1}{2\sigma^2}}\right)\right) \times \left(s + \frac{1}{2\sigma^2}\right)^{-\mu} \\ &= \left(\frac{e^{-2\mu\sigma^2\kappa}}{(2\sigma^2)^\mu}\right) \times \left(\exp\left(\frac{\frac{\mu\kappa}{2\sigma^2}}{s + \frac{1}{2\sigma^2}}\right)\right) \times \left(s + \frac{1}{2\sigma^2}\right)^{-\mu} \end{aligned} \quad (2.56)$$

Para resolver a Equação 2.56, pode-se utilizar a relação [28]

$$\mathcal{L}\{x^{\frac{l}{2}} I_l(2\sqrt{ax})\} = a^{\frac{l}{2}} s^{-(l+1)} e^{\frac{a}{s}} \quad (2.57)$$

em que $I_l(\cdot)$ é a função modificada de Bessel de primeira espécie e de ordem l [17], resultando em

$$p_W(w) = \left(\frac{(2\sigma^2)^{\left(-\frac{\mu+1}{2}\right)}}{\mu\kappa^{\left(\frac{\mu-1}{2}\right)}} \right) \times w^{\frac{\mu-1}{2}} I_{\mu-1} \left(2\sqrt{\frac{\mu\kappa}{2\sigma^2}} w \right) \exp \left(-\frac{w + 2\mu\sigma^2\kappa}{2\sigma^2} \right) \quad (2.58)$$

A Equação 2.58 é a funções densidade de probabilidade da variável aleatória $W = R^\alpha$. A partir da Equação 2.58 pode-se encontrar a função densidade probabilidade da envoltória R fazendo $R = W^{\frac{1}{\alpha}}$ e utilizando a Equação 2.1, como é mostrado a seguir

$$p_R(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(w^{1/\alpha} - r) p_W(w) dw \quad (2.59)$$

Fazendo a mudança de variáveis $u = w^{\frac{1}{\alpha}}$, a componente infinitesimal em relação a u é $du = \frac{1}{\alpha} w^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} dw$. Pode-se observar que

$$w^{\left(\frac{\mu-1}{2}\right)} = w^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} w^{\left(\frac{\mu}{2}-\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{2}\right)}. \quad (2.60)$$

Logo

$$w^{\left(\frac{\mu-1}{2}\right)} dw = \alpha u^{\left(\frac{\mu}{2}-\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{2}\right)} du \quad (2.61)$$

substituindo w por u^α e resolvendo 2.58, tem-se

$$p_R(r) = \left(\frac{(2\sigma^2)^{\left(-\frac{\mu+1}{2}\right)}}{(\mu\kappa)^{\left(\frac{\mu-1}{2}\right)}} \right) \times \alpha r^{\left(\frac{\alpha\mu}{2}+\frac{\alpha}{2}-1\right)} I_{\mu-1} \left(\sqrt{\frac{2\mu\kappa}{\sigma^2}} r^{\frac{\alpha}{2}} \right) \exp \left(-\frac{r^\alpha + 2\mu\sigma^2\kappa}{2\sigma^2} \right) u(r) \quad (2.62)$$

A Equação 2.62 é a distribuição $\alpha - \kappa - \mu$, que modela um canal genérico em relação a componente de visada direta e componentes espalhadas considerando a não-linearidade do canal e o número de clusters. O fluxograma da Figura 3 mostra as distribuições particulares da distribuição $\alpha - \kappa - \mu$.

2.4.2.1 Momentos

De acordo com [5, 6, 7], o momento de ordem n de uma variável $P = \frac{R}{\sqrt[n]{E[R^\alpha]}}$, em que R é uma variável $\alpha - \kappa - \mu$ e $E[R^\alpha] = (1 + \kappa)2\mu\sigma^2$, é dado por

$$E[P^n] = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{\alpha} + \mu\right) {}_1F_1\left(\frac{n}{\alpha} + \mu, \mu, \kappa\mu\right)}{e^{\kappa\mu} (1 + \kappa)^{\frac{n}{\alpha}} \mu^{\frac{n}{\alpha}} \Gamma(\mu)} \quad (2.63)$$

em que ${}_1F_1$ é função Kummer Hipergeométrica [17]. Logo, o momento de ordem n da variável R é dado por

$$\begin{aligned} E[R^n] &= \left((1 + \kappa)2\mu\sigma^2 \right)^{\frac{n}{\alpha}} \times \left(\frac{\Gamma\left(\frac{n}{\alpha} + \mu\right) {}_1F_1\left(\frac{n}{\alpha} + \mu, \mu, \kappa\mu\right)}{e^{\kappa\mu} (1 + \kappa)^{\frac{n}{\alpha}} \mu^{\frac{n}{\alpha}} \Gamma(\mu)} \right) \\ &= (\sigma^2)^{\frac{n}{\alpha}} \times \left(\frac{2^{\frac{n}{\alpha}} \Gamma\left(\frac{n}{\alpha} + \mu\right) {}_1F_1\left(\frac{n}{\alpha} + \mu, \mu, \kappa\mu\right)}{e^{\kappa\mu} \Gamma(\mu)} \right) \end{aligned} \quad (2.64)$$

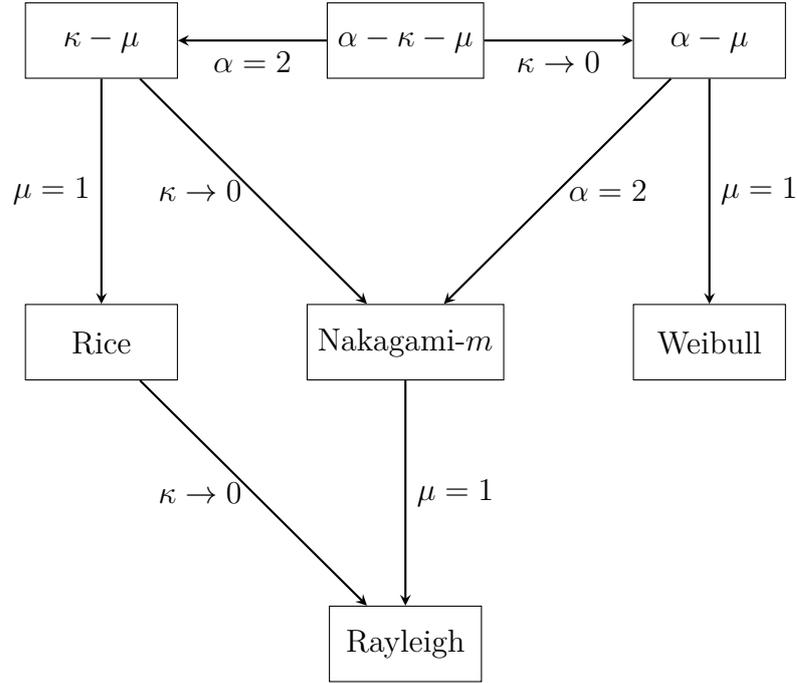


Figura 3 – Fluxograma da distribuição generalizada $\alpha - \kappa - \mu$.

Na Seção 2.4.3 será mostrado as simulações dos casos particulares do desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$. Para que seja possível comparar os resultados entre as simulações de casos particulares diferentes, as variáveis aleatórias devem estar na mesma faixa de observação. Portanto, pode-se normalizar a envoltória, de maneira que a potência seja unitária ($E[R^2] = 1$), o que limita a variância e a média das envoltórias nas mesma região. Para normalizar as variáveis em relação à potência, utilizando a Equação 2.64, pode-se fazer

$$E[R^2] = 1 = (\sigma^2)^{\frac{2}{\alpha}} \times \left(\frac{2^{\frac{2}{\alpha}} \Gamma(\frac{2}{\alpha} + \mu) {}_1F_1(\frac{2}{\alpha} + \mu, \mu, \kappa\mu)}{e^{\kappa\mu} \Gamma(\mu)} \right) \quad (2.65)$$

e fixar a variância σ^2 , resultando em

$$\sigma_n^2 = \left(\frac{2^{\frac{2}{\alpha}} \Gamma(\frac{2}{\alpha} + \mu) {}_1F_1(\frac{2}{\alpha} + \mu, \mu, \kappa\mu)}{e^{\kappa\mu} \Gamma(\mu)} \right)^{-\frac{\alpha}{2}} \quad (2.66)$$

em que σ_n^2 é a variância das variáveis gaussianas que torna a potência da envoltória unitária.

2.4.3 Simulações

Foi escrita uma função em Matlab que calcula e gera o gráfico da função densidade de probabilidade de uma variável aleatória $\alpha - \kappa - \mu$. A função recebe como entrada os valores de μ , α e σ , além dos vetores com as médias das componentes de fase e quadratura e um valor inteiro n associado ao tamanho dos vetores utilizado no cálculo. A função gera as amostram da variável $\alpha - \kappa - \mu$ utilizando a definição descrita na introdução desta

seção e plota sua função densidade probabilidade baseada em histogramas com 400 barras (considerando $n = 1000000$). Caso o argumento utilizado na função seja algum dos casos particulares mostrado no fluxograma da Figura 3, é plotada também a função densidade probabilidade teórica esperada.

2.4.3.1 Simulação da distribuição Rayleigh ($\alpha = 2, \mu = 1, \kappa = 0$)

Para simulação da distribuição de Rayleigh, os parâmetros da distribuição generalizada foram fixadas em $\alpha = 2, \mu = 1$ e $\kappa = 0$ e de acordo com a Equação 2.66, o desvio padrão das variáveis gaussianas deve ser $\sigma_n^2 = 1/2$. A Figura 4 apresenta a curva teórica e os pontos estimados pela geração de amostras da função densidade de probabilidade. Percebe-se que as amostras geradas se distribuem com fidelidade, dado que as amostras sobrepõem a função densidade de probabilidade teórica com poucos desvios. As pequenas dispersões entre as amostras e a curva teórica ocorrem possivelmente por causa do número de amostras geradas.

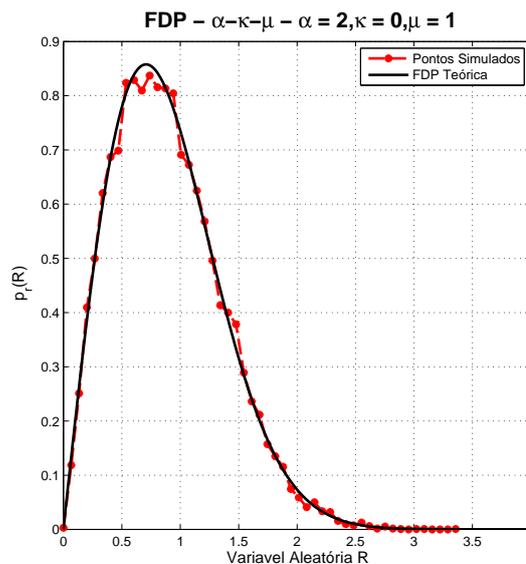


Figura 4 – Função densidade de probabilidade para distribuição Rayleigh ($\alpha = 2, \mu = 1, \kappa = 0$). Curva teórica em preto e pontos simulados em vermelho.

2.4.3.2 Simulação da distribuição de Nakagami- m ($\alpha = 2, \kappa = 0$)

Para simulação da distribuição Nakagami- m , os parâmetros da distribuição generalizada foram fixados em $\alpha = 2$ e $\kappa = 0$ e de acordo com a Equação 2.66, a variância das variáveis gaussianas deve ser $\sigma_n^2 = 1/(2m)$. A Figura 5 mostra as curvas simuladas e os pontos estimados das funções densidade de probabilidade para vários valores de μ , em que μ equivale ao parâmetro m da distribuição Nakagami- m . Observando a mudança na concentração das curvas pode-se chegar à conclusão de que a variância do desvanecimento

Nakagami- m diminui com o aumento do parâmetro μ , dado que as curvas se tornam mais concentradas.

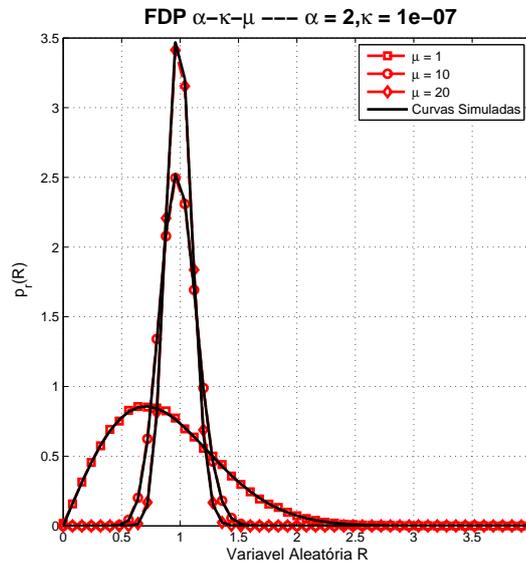


Figura 5 – Função densidade de probabilidade para distribuição Nakagami- m ($\alpha = 2, \kappa = 0$). Curva teórica em preto e pontos simulados em vermelho.

2.4.3.3 Simulação da distribuição de Rice ($\alpha = 2, \mu = 1$)

Para simulação da distribuição Rice, os parâmetros da distribuição generalizada foram fixados em $\alpha = 2$ e $\mu = 1$ e de acordo com a Equação 2.66, a variância das variáveis gaussianas deve ser $\sigma_n^2 = 1/(2(K + 1))$. A Figura 6 mostra as curvas simuladas e os pontos estimados das funções densidade de probabilidade para vários valores de κ , em que κ equivale ao K da distribuição Rice. Analisando a Figura 6, percebe-se que se a potência da componente de visada direta aumenta, a variância diminui em torno da unidade, o que é um resultado esperado, dado que quanto maior a potência da componente de visada direta menor será a flutuação causada pelo desvanecimento.

2.4.3.4 Simulação da distribuição de Weibull ($\kappa \rightarrow 0, \mu = 1$)

Para simulação da distribuição Weibull, os parâmetros da distribuição generalizada foram fixados em $\kappa \rightarrow 0$ e $\mu = 1$ e de acordo com a Equação 2.66, a variância das variáveis gaussianas deve ser $\sigma_n^2 = \frac{1}{2\Gamma(\frac{2}{\alpha} + 1)^{\frac{\alpha}{2}}}$. A Figura 7 mostra as curvas simuladas (em preto) e as curvas teóricas (em azul) das funções densidade de probabilidade para vários valores de α . Analisando as curvas da Figura 7 percebe-se que o aumento do parâmetro α provoca uma diminuição na variância do desvanecimento. Este comportamento é esperado, dado que de acordo com a Definição 2.20, quanto maior o α mais o expoente $(\frac{2}{\alpha})$ se aproxima de zero e conseqüentemente mais a envoltória se aproxima da unidade (caso de variância nula).

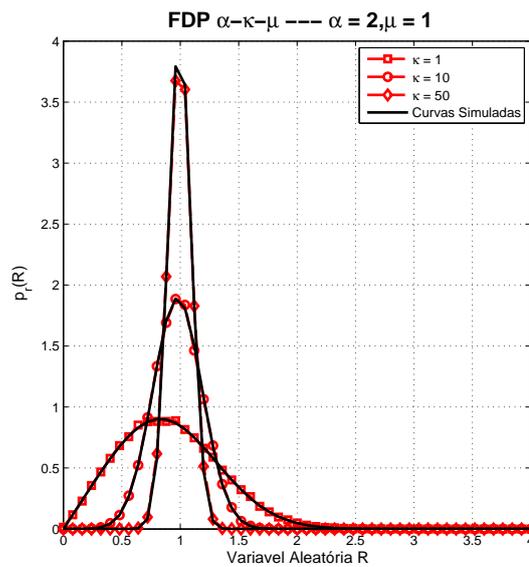


Figura 6 – Função densidade de probabilidade para distribuição Rice ($\alpha = 2, \mu = 1$). Curva teórica em preto e pontos simulados em vermelho.

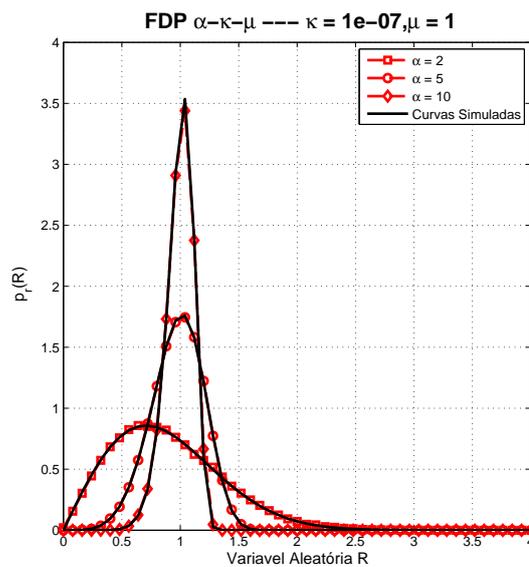


Figura 7 – Função densidade de probabilidade para distribuição Weibull ($\kappa = 2, \mu = 1$). Curva teórica em preto e pontos simulados em vermelho.

2.4.3.5 Simulação para Vários Casos da Distribuição $\alpha - \kappa - \mu$

Nesta seção são apresentadas simulações para analisar o efeito de cada parâmetro $\alpha - \kappa - \mu$ na variância da distribuição (considerando potência normalizada), em que os resultados podem ser vistos nas Figuras 8, 9 e 10. Observa-se que a variância sempre diminui com o aumento de qualquer parâmetro, comportamento coerente com o mostrado nas seções anteriores. Uma baixa variância em um modelo de desvanecimento é uma boa característica, pois significa que o desvanecimento possui, em média, uma baixa faixa de

variação sobre o nível médio, permitindo assim técnicas de compensação simples. Este resultado também mostra que uma melhor adequação de κ e μ (componente de visada direta e conjunto de clusters) podem facilitar o projeto de um receptor ótimo. O parâmetro α é intrínseco ao canal e em muitos casos pode não ser possível um ajuste. A partir destas curvas, pode-se ter noções da dependência da potência da envoltória em relação aos parâmetros do modelo.

Pode-se observar que o crescimento de um dos parâmetros da distribuição provoca a diminuição da variância com taxas distintas, em que a maior taxa de diminuição ocorre entre 0 a aproximadamente 10. Por sua vez, para valores maiores que 10 a taxa de diminuição é menor e tende a um valor irreduzível. Nas curvas mostradas na Figura 8, em que o parâmetro que está sendo variado é o α , percebe-se que a variação de μ causa mais diminuição na variância do que a variação de κ , para os casos considerados.

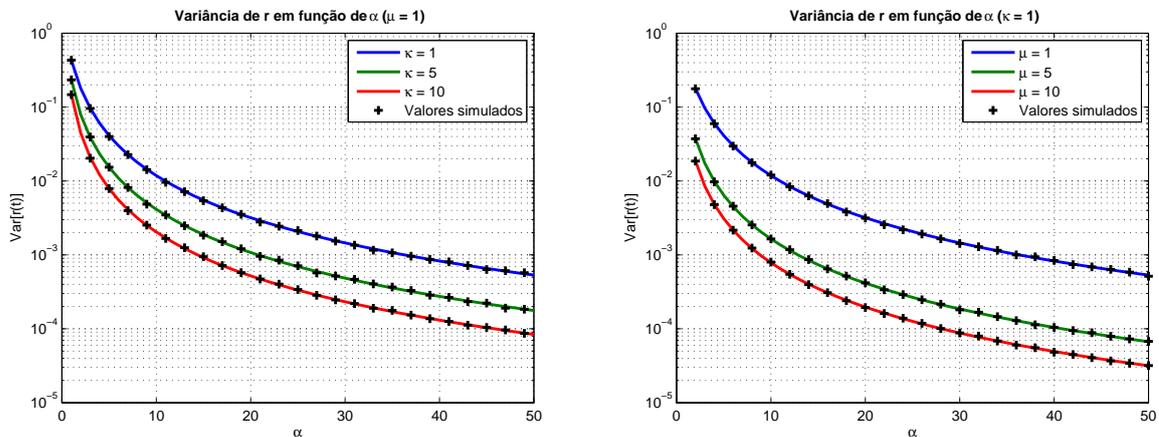


Figura 8 – Simulações da variância do desvanecimento em função de α , em que as curvas da esquerda são para casos particulares de κ e, por sua vez as curvas da direita para casos particulares de μ .

A Figura 9 mostra as curvas de variância em função do parâmetro κ para casos particulares de α e μ . Percebe-se que a variação do fator de não-linearidade do canal provoca mais diminuição na variância do que a variação do número de clusters, dado que o aumento de α provocou um maior afastamento entre as curvas.

A Figura 10 mostra as curvas de variância em função de μ para casos particulares de α e κ . Comparando os dois casos é evidente que a variação do parâmetro α causa maior diminuição na variância, dado que a distância entre as curvas é bem maior que nos casos para o parâmetro κ .

2.5 Distribuição $\alpha - \eta - \mu$

A distribuição $\alpha - \eta - \mu$ [15, 5] modela um sinal que se propaga em um meio não-linear, com LOS, com múltiplos percursos e com a presença de um desbalanceamento

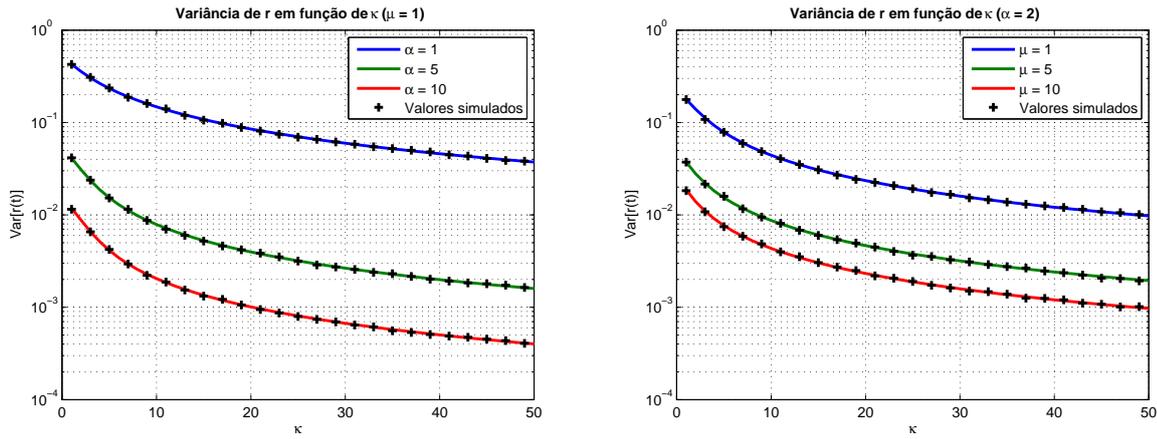


Figura 9 – Simulações da variância do desvanecimento em função de κ , em que as curvas da esquerda são para casos particulares de α e, por sua vez as curvas da direita para casos particulares de μ .

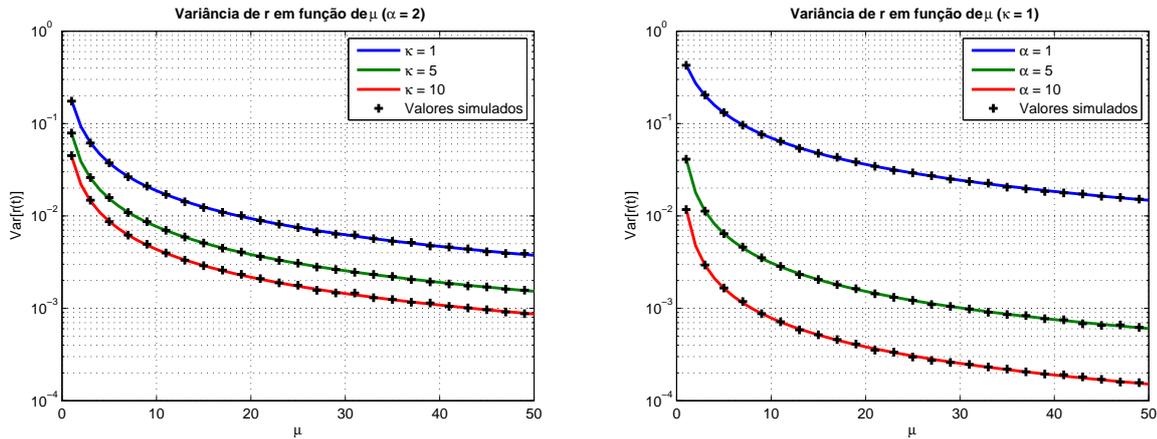


Figura 10 – Simulações da variância do desvanecimento em função de μ , em que as curvas da esquerda são para casos particulares de κ e, por sua vez as curvas da direita para casos particulares de α .

entre as componentes em fase e quadratura, resultando em valores diferentes para as variâncias das mesmas. A envoltória do sinal em um ambiente $\alpha - \eta - \mu$ é definida como [5, 15]

$$R = \sqrt[\alpha]{\sum_{i=1}^{2\mu} (X_i^2 + Y_i^2)} = \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{2\mu} (X_i^2 + Y_i^2)} \right)^{\frac{2}{\alpha}}. \quad (2.67)$$

Nesse caso, X_i e Y_i são as componentes em fase e quadratura, sendo variáveis aleatórias gaussianas de média nula e variâncias $\text{Var}[X_i] = \sigma_X^2$ e $\text{Var}[Y_i] = \sigma_Y^2$, respectivamente. Os parâmetros $\alpha > 0$ e $\mu > 0$ são, assim como na distribuição $\alpha - \kappa - \mu$, o fator de não-linearidade do canal e a extensão real do número de *clusters*. Por sua vez, o parâmetro $\eta > 0$ é definido como a relação entre as variâncias da componente em fase e da componente

em quadratura, da forma [15, 5]

$$\eta = \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2}. \quad (2.68)$$

2.5.1 Casos Particulares da distribuição $\alpha - \eta - \mu$

De mesma maneira que a distribuição $\alpha - \kappa - \mu$, a distribuição $\alpha - \eta - \mu$ é uma distribuição generalizada e possui casos específicos associados a determinados valores de seus parâmetros. Pode-se observar que para $\eta = 1$, a distribuição $\alpha - \eta - \mu$ torna-se a distribuição $\alpha - \mu$ (equivalente à distribuição $\alpha - \kappa - \mu$ com $\kappa \rightarrow 0$)[15], em que os casos particulares foram demonstrados nas seções anteriores. Portanto, na seções a seguir, será demonstrado e simulado apenas o caso em que $\alpha = 2$ e $\mu = 0,5$.

2.5.1.1 Distribuição de Hoyt a partir da $\alpha - \eta - \mu$

Nesta seção será demonstrada a distribuição para o caso particular onde a envoltória não sofre distorção e os sinais chegam ao receptor com o mesmo atraso. Em termos da distribuição $\alpha - \eta - \mu$, isto significa que $\alpha = 2$ e $\mu = 0,5$. Nesta análise as componentes em fase e em quadratura possuem diferentes variâncias devido a algum desbalanceamento no canal de transmissão ($\eta \neq 1$). Logo, para $\alpha = 2$ e $\mu = 0,5$, a variável aleatória R torna-se

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \mathbf{g}(\mathbf{z}(\omega)). \quad (2.69)$$

Neste caso, utilizando a Definição 2.1, \mathbf{y} é o vetor aleatório unidimensional R e \mathbf{z} é o vetor aleatório bidimensional $\mathbf{z} = \{X, Y\}$. As variáveis X e Y são variáveis aleatórias independentes $\mathcal{N} \sim (0, \sigma_X^2)$ e $\mathcal{N} \sim (0, \sigma_Y^2)$, respectivamente. A função densidade probabilidade conjunta $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})$ é dada por

$$p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = p_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y} \exp\left(-\frac{\sigma_X^2(x^2 + y^2) + (c^2 - 2\sigma_X c)X^2}{2\sigma_X^2\sigma_Y^2}\right) \quad (2.70)$$

em que foi definido que $c = \sigma_X - \sigma_Y$. Substituindo as Equações 2.69 e 2.70 em 2.1, tem-se que a função densidade probabilidade de R é dada por

$$p_R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\sqrt{x^2 + y^2} - r) \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y} \exp\left(-\frac{\sigma_X^2(x^2 + y^2) + (c^2 - 2\sigma_X c)x^2}{2\sigma_X^2\sigma_Y^2}\right) dx dy \quad (2.71)$$

Fazendo uma mudança para coordenadas polares, tem-se

$$\begin{aligned} p_R(r) &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \delta(\rho - r) \frac{\rho}{2\pi\sigma_X\sigma_Y} \exp\left(-\frac{\sigma_X^2\rho^2 + (c^2 - 2\sigma_X c)\rho^2 \cos^2(\theta)}{2\sigma_X^2\sigma_Y^2}\right) d\rho d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y} \int_0^{\infty} \delta(\rho - r) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_Y^2}\rho^2\right) \rho d\rho \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{(c^2 - 2\sigma_X c)}{2\sigma_X^2\sigma_Y^2}\rho^2 \cos^2(\theta)^2\right) d\theta. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Utilizando a identidade $\cos^2(\theta) = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2\theta)}{2}$, a Equação 2.72 torna-se

$$\begin{aligned} p_R(r) &= \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y} \int_0^\infty \delta(\rho - r) \exp\left(\left(-\frac{1}{2\sigma_Y^2} + \frac{(c^2 - 2\sigma_X c)}{4\sigma_X^2\sigma_Y^2}\right)\rho^2\right) \rho d\rho \times \dots \\ &\dots \times \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{(c^2 - 2\sigma_X c)}{4\sigma_X^2\sigma_Y^2}\rho^2 \cos(2\theta)\right) d\theta. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Utilizando a definição da função modificada de Bessel de primeira espécie e de ordem zero $I_0(\cdot)$ mostrada na Equação 2.38, tem-se que a Equação 2.73 torna-se

$$\begin{aligned} p_R(r) &= \frac{1}{\sigma_X\sigma_Y} \int_0^\infty \delta(\rho - r) \exp\left(-\left(\frac{1}{2\sigma_Y^2} + \frac{(c^2 - 2\sigma_X c)}{4\sigma_X^2\sigma_Y^2}\right)\rho^2\right) I_0\left(\frac{(c^2 - 2\sigma_X c)}{4\sigma_X^2\sigma_Y^2}\rho^2\right) \rho d\rho \\ &= \frac{1}{\sigma_X\sigma_Y} r \exp\left(\left(-\frac{1}{2\sigma_Y^2} + \frac{(c^2 - 2\sigma_X c)}{4\sigma_X^2\sigma_Y^2}\right)r^2\right) I_0\left(\frac{(c^2 - 2\sigma_X c)}{4\sigma_X^2\sigma_Y^2}r^2\right) u(r) \\ &= \frac{1}{\sigma_X\sigma_Y} r \exp\left(\frac{-r^2}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) I_0\left(\frac{r^2}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) u(r) \end{aligned} \quad (2.74)$$

A final da Equação 2.74 é conhecida como a distribuição de Hoyt [24].

2.5.2 Demonstração da Distribuição Generalizada $\alpha - \eta - \mu$

Nesta seção será demonstrada a distribuição de uma variável de parâmetros $\alpha - \eta - \mu$ arbitrários, baseada nas recomendações de [5]. Também será apresentado um método para obtenção dos momentos de ordem n qualquer da envoltória [5, 6, 7].

Considerando a envoltória aleatória R descrita como na Seção 2.5 e fazendo a mudança de variáveis $W = R^\alpha$ e $W_i = R_i^2 = X_i^2 + Y_i^2$, tem se que

$$W = R^\alpha = \sum_{i=1}^{2\mu} W_i. \quad (2.75)$$

Como demonstrado na Seção 2.5.1.1, as variáveis aleatórias $R_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2}$ se distribuem como uma variável Hoyt. Seguindo a Definição 2.1, as variáveis W_i (função de R_i), possuem funções densidade de probabilidade dadas por

$$\begin{aligned} p_{W_i}(w_i) &= \int_{-\infty}^\infty \delta(r_i^2 - w_i) \frac{r_i}{\sigma_X\sigma_Y} \exp\left(\frac{-r_i^2}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) I_0\left(\frac{r_i^2}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) dr_i \\ &= \frac{1}{2\sigma_X\sigma_Y} \exp\left(\frac{-w_i}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) I_0\left(\frac{w_i}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) u(w_i) \end{aligned} \quad (2.76)$$

Da mesma maneira como foi feita para a distribuição $\alpha - \kappa - \mu$, a função densidade probabilidade de W pode ser encontrada por sucessivas convoluções entre as funções densidade de probabilidade $p_{W_i}(w_i)$ [9]. Logo,

$$p_W(w) = p_{W_1} * p_{W_2} * \dots * p_{W_{2\mu}}. \quad (2.77)$$

Utilizando da propriedade da convolução da transformada de Laplace [17] tem-se que

$$\mathcal{L}\{p_W(w)\} = \prod_{i=1}^{2\mu} \mathcal{L}\{p_{w_i}(w_i)\}. \quad (2.78)$$

Para uma variável W_i específica, sabendo que $\mathcal{L}\{e^{ax}f(x)\} = \mathcal{L}\{f(x)\}(s-a)$ e que a transformada da função de Bessel é $\mathcal{L}\{I_0(ax)\} = \frac{1}{\sqrt{s^2-a^2}}$ [28], pode-se encontrar $\mathcal{L}\{p_{w_i}\}$ por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{p_{W_i}(w_i)\} &= \mathcal{L}\left\{\frac{1}{2\sigma_X\sigma_Y} \exp\left(\frac{-w_i}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) I_0\left(\frac{w_i}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) u(w_i)\right\} \\ &= \left(\frac{1}{2\sigma_X\sigma_Y}\right) \mathcal{L}\left\{I_0\left(\frac{w_i}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right)\right\} \left(s + \frac{w_i}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)\right) \\ &= \frac{\zeta}{\sqrt{(s+\xi)^2-\gamma^2}}; \text{ em que } \zeta = \frac{1}{2\sigma_X\sigma_Y}, \gamma = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2}\right) \text{ e } \xi = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2}\right) \end{aligned} \quad (2.79)$$

Logo, utilizando a Equação 2.78, tem-se

$$\mathcal{L}\{p_W(w)\} = \frac{\zeta^{2\mu}}{((s+\xi)^2-\gamma^2)^\mu} \quad (2.80)$$

Para resolver a Equação 2.80, pode-se utilizar a relação [28]

$$\frac{\mathcal{L}\{x^\nu I_\nu(ax)\}}{2^\nu \pi^{-\frac{1}{2}} \Gamma(\nu + \frac{1}{2}) a^\nu} = \frac{1}{(s^2 - a^2)^{\nu + \frac{1}{2}}} \quad (2.81)$$

Assim, fazendo $\nu = \mu - \frac{1}{2}$, e utilizando a propriedade de deslocamento no domínio s da transformada de Laplace, tem-se que

$$p_W(w) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\zeta^{2\mu}}{((s+\xi)^2-\gamma^2)^\mu}\right\} = \left(\frac{\sqrt{\pi}\zeta^{2\mu}w^{\mu-\frac{1}{2}}}{2^{\mu-\frac{1}{2}}\Gamma(\mu)\gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}\right) \exp(-\xi w) I_{\mu-\frac{1}{2}}(\gamma w) \quad (2.82)$$

Substituindo ζ , γ e ξ na Equação 2.82

$$p_W(w) = \left(\frac{\frac{\sqrt{\pi}}{2^{\mu+\frac{1}{2}}}\Gamma(\mu)(\sigma_Y^2-\sigma_X^2)^{(\mu-\frac{1}{2})}}{\sigma_X\sigma_Y}\right) w^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)w\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2}\right)w\right) \quad (2.83)$$

A Equação 2.83 é função densidade de probabilidade da variável $W = R^\alpha$. A partir de 2.83 pode-se encontrar a função densidade probabilidade da envoltória R fazendo $R = W^{\frac{1}{\alpha}}$ e utilizando a definição 2.1. Logo,

$$p_R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(w^{\frac{1}{\alpha}} - r) p_W(w) dw \quad (2.84)$$

Fazendo a mudança de variáveis $u = w^{\frac{1}{\alpha}}$, a componente infinitesimal em relação a u é $du = \frac{1}{\alpha} w^{(\frac{1}{\alpha}-1)} dw$. Pode-se observar o seguinte fato

$$w^{(\mu-\frac{1}{2})} = w^{(\frac{1}{\alpha}-1)} w^{(\mu-\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{2})} \quad (2.85)$$

Logo,

$$w^{(\mu-\frac{1}{2})}dw = \alpha u^{(\alpha\mu+\frac{1}{2}\alpha-1)}du, \quad (2.86)$$

substituindo w por u^α e resolvendo 2.83, tem-se

$$p_R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(u-r) \left(\frac{\frac{\sqrt{\pi}}{\sigma_X \sigma_Y}}{2^{(\mu+\frac{1}{2})} \Gamma(\mu) (\sigma_Y^2 - \sigma_X^2)^{(\mu-\frac{1}{2})}} \right) u^{(\alpha\mu+\frac{1}{2}\alpha-1)} \exp\left(-\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2} \right) u^\alpha\right) I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2} \right) u^\alpha\right) du \quad (2.87)$$

Por fim, a função densidade probabilidade da envoltória $\alpha - \eta - \mu$ é

$$p_R(r) = \left(\frac{\frac{\sqrt{\pi}\alpha}{2^{(\mu+\frac{1}{2})} \Gamma(\mu) (\sigma_Y^2 - \sigma_X^2)^{(\mu-\frac{1}{2})}}}{\sigma_X \sigma_Y} \right) r^{(\alpha\mu+\frac{1}{2}\alpha-1)} \exp\left(-\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2} \right) r^\alpha\right) I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_X^2} - \frac{1}{\sigma_Y^2} \right) r^\alpha\right) \quad (2.88)$$

A Equação 2.88 é a distribuição $\alpha - \eta - \mu$, que modela um canal genérico em relação as variâncias das componentes de fase e de quadratura, considerando a não-linearidade do canal e o número de clusters. O fluxograma visto na Figura 11 mostra as distribuições particulares da distribuição $\alpha - \eta - \mu$.

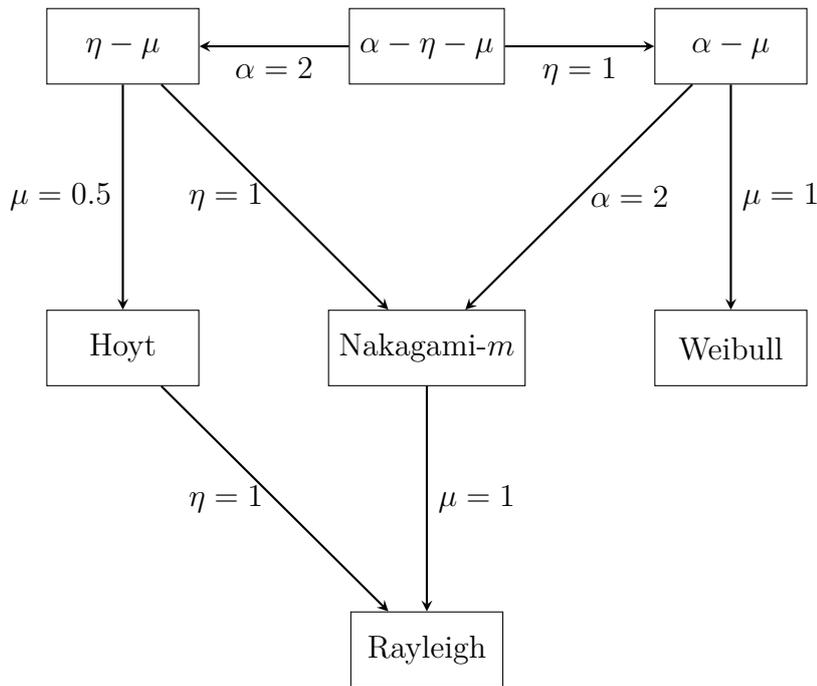


Figura 11 – Fluxograma da distribuição generalizada $\alpha - \eta - \mu$.

2.5.2.1 Momentos

De acordo com [5, 6, 7], o momento de ordem n de uma variável $P = \frac{R}{\sqrt{\alpha E[R^\alpha]}}$, em que R é uma variável $\alpha - \eta - \mu$ e $E[R^\alpha] = 2\mu(1 + \eta)\sigma_Y^2 = \eta(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2)$, é dado por

$$E[P^n] = \frac{\left(2^{\frac{n}{\alpha}+2\mu} \eta^{\frac{n}{\alpha}+\mu} (1+\eta)^{-2(\frac{n}{\alpha}+\mu)} \Gamma(\frac{n}{\alpha}+2\mu) \right) \times {}_2F_1 \left(\frac{n}{2\alpha} + \mu, \frac{n+\alpha}{2\alpha} + \mu, \frac{1}{2} + \mu, \frac{(-1+\eta)^2}{(1+\eta)^2} \right)}{\mu^{\frac{n}{\alpha}} \Gamma(2\mu)} \quad (2.89)$$

em que ${}_2F_1$ é a função Hipergeométrica [17]. Logo, o momento de ordem n da variável R é dado por

$$\begin{aligned} E[R^n] &= (2\mu(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2))^{\frac{n}{\alpha}} \times E[P^n] = \\ &= (\sigma_X^2 + \sigma_Y^2)^{\frac{n}{\alpha}} \frac{\left(2^{\frac{2n}{\alpha}+2\mu} \eta^{\frac{n}{\alpha}+\mu} (1+\eta)^{-2(\frac{n}{\alpha}+\mu)} \Gamma(\frac{n}{\alpha}+2\mu)\right) \times {}_2F_1\left(\frac{n}{2\alpha}+\mu, \frac{n+\alpha}{2\alpha}+\mu, \frac{1}{2}+\mu, \frac{(-1+\eta)^2}{(1+\eta)^2}\right)}{\Gamma(2\mu)}. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Seguindo o mesmo princípio da Seção 2.4.2.1, deve-se encontrar uma relação entre as variâncias das variáveis gaussianas para normalizar a potência da envoltória. Portanto, utilizando a Equação 2.90, pode-se fazer

$$E[R^2] = 1 = (\sigma_X^2 + \sigma_Y^2)^{\frac{2}{\alpha}} \frac{\left(2^{\frac{4}{\alpha}+2\mu} \eta^{\frac{2}{\alpha}+\mu} (1+\eta)^{-2(\frac{2}{\alpha}+\mu)} \Gamma(\frac{2}{\alpha}+2\mu)\right) \times {}_2F_1\left(\frac{2}{2\alpha}+\mu, \frac{2+\alpha}{2\alpha}+\mu, \frac{1}{2}+\mu, \frac{(-1+\eta)^2}{(1+\eta)^2}\right)}{\Gamma(2\mu)}. \quad (2.91)$$

Assim, chamando $\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 = S_n^2$, tem-se

$$S_n^2 = \left(\left(2^{\frac{4}{\alpha}+2\mu} \eta^{\frac{2}{\alpha}+\mu} (1+\eta)^{-2(\frac{2}{\alpha}+\mu)} \frac{\Gamma(\frac{2}{\alpha}+2\mu)}{\Gamma(2\mu)}\right) \times {}_2F_1\left(\frac{2}{2\alpha}+\mu, \frac{2+\alpha}{2\alpha}+\mu, \frac{1}{2}+\mu, \frac{(-1+\eta)^2}{(1+\eta)^2}\right) \right)^{-\frac{\alpha}{2}} \quad (2.92)$$

em que S_n^2 é a soma das variâncias das componentes de fase e de quadratura para que a envoltória seja normalizada.

2.5.3 Simulações

Foi escrita uma função em Matlab que calcula e gera o gráfico da função densidade probabilidade de uma variável aleatória $\alpha - \eta - \mu$. A função recebe como entrada os valores de μ e α , um vetor com as variâncias das variáveis gaussianas e um valor inteiro n associado ao tamanho dos vetores utilizado no cálculo.

A função gera as amostras da variável $\alpha - \eta - \mu$ utilizando a definição descrita na introdução desta seção e plota sua função densidade de probabilidade baseada em histogramas de 400 barras (considerando $n = 1000000$). Caso o conjunto de parâmetros utilizado na função seja o caso particular da distribuição de Hoyt é plotado também a função densidade de probabilidade teórica esperada.

2.5.3.1 Simulação da Distribuição de Hoyt ($\alpha = 2, \mu = 0,5$)

Para simulação da distribuição Hoyt, os parâmetros da distribuição generalizada foram fixadas em $\alpha = 2$ e $\mu = 0,5$ e de acordo com a Equação 2.92, a soma das variâncias deve ser $S_n^2 = 1$. A Figura 12 mostra as curvas simuladas e os pontos estimados por simulação das funções densidade de probabilidade para vários valores de η .

Analisando a figura, tem-se que quando η tende a 1 ($\eta \rightarrow 1$), a variável $\alpha - \eta - \mu$ possui uma distribuição de Rayleigh, dado que nesse caso não existe desbalanceamento entre as componentes de fase e quadratura, não existe componente de visada direta e o

canal é homogêneo. Deve-se lembrar que não importa o lado da convergência do η para unidade, dado que o efeito deste parâmetro é simétrico em torno de 1. Isto significa que a função densidade de probabilidade para uma variável $\alpha - \eta - \mu$ com, por exemplo, $\eta = 1/1000$ é a mesma com $\eta = 1000$. Este comportamento é explicado pelo fato de que quando uma das componentes (em fase ou em quadratura) possui uma variância muito maior do que a outra ($\eta \gg 1$ ou $\eta \ll 1$), a componente de maior variância mascara a componente de menor variância. Sendo assim a envoltória Hoyt se aproxima de uma variável com distribuição *Half Normal* ($R \approx |Z|$ sendo Z uma variável gaussiana de média nula). Observando as curvas de $\eta = 100$ e $\eta = 10000$, percebe-se a tendência da curva para uma distribuição gaussiana, que representa a distribuição de uma variável gaussiana em módulo.

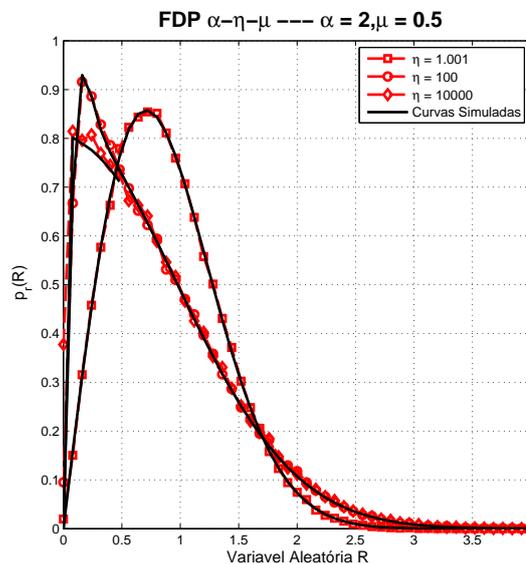


Figura 12 – Função densidade de probabilidade para distribuição Hoyt ($\alpha = 2, \mu = 0.5$). Curva teórica em preto e pontos simulados em vermelho.

2.5.4 Simulação para vários casos da Distribuição $\alpha - \eta - \mu$

Nesta seção são apresentadas simulações para analisar o efeito do parâmetro η na variância da distribuição para casos particulares de α e μ , em que os resultados podem ser vistos na Figura 13. Observa-se que existe uma simetria em torno de $\eta = 1$, o que é um resultado esperado de acordo com o que foi explicado na seção anterior para o caso Hoyt. Para um caso particular de α ou μ , a variância é mínima quando $\eta = 1$, ou seja, quando não existe desbalanceamento entre as componentes de fase e quadratura. De maneira semelhante ao visto nas simulações para a distribuição $\alpha - \kappa - \mu$, o aumento de α ou μ provoca uma diminuição na variância do desvanecimento. Pode-se notar, que a medida que o desbalanceamento aumenta, a variância tende a ser independente de η , dependendo apenas de α e μ .

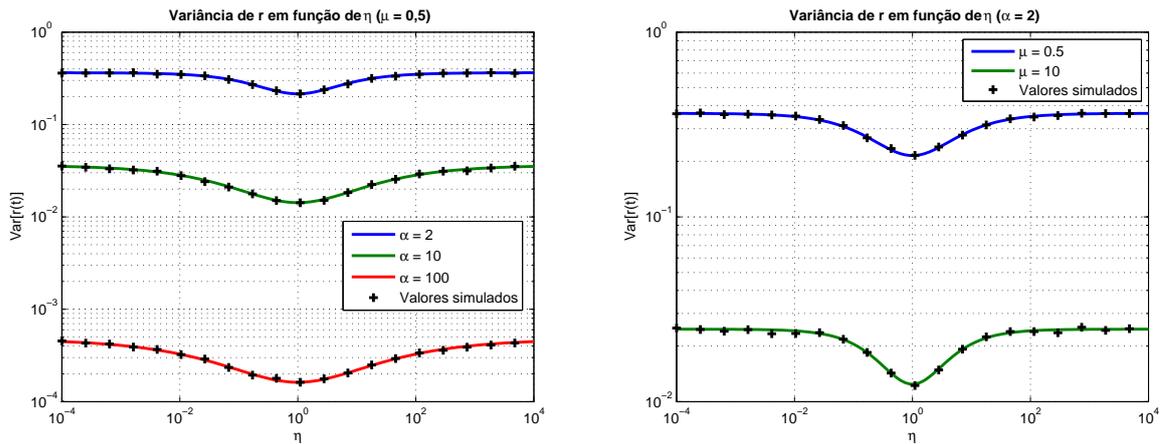


Figura 13 – Simulação da variância do desvanecimento em função de η .

2.6 Comunicação Digital

A modulação digital oferece várias vantagens sobre a modulação analógica, incluindo altas taxas de dados, técnicas de correção de erros poderosas, resistência a danos do canal, estratégias de múltiplo acesso mais eficientes e melhor segurança e privacidade [13]. Técnicas de transmissão, como por exemplo a QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) permitem uma alta taxa na modulação digital se comparado com a modulação analógica com mesma largura de banda [13]. As principais considerações na escolha de uma modulação particular são [13]

- a) Taxa de dados;
- b) Eficiência Espectral;
- c) Eficiência energética;
- d) Robustez a limitações do canal;
- e) Custo da implementação.

Devido à boa eficiência espectral, neste trabalho foi adotada a modulação QAM como padrão para as simulações. Esta seção mostra um rápido estudo sobre a modulação QAM, baseado em [1].

2.6.1 Modulação e Constelação QAM

Na modulação QAM [1] os símbolos de informação são mapeados nas amplitudes das portadoras em fase e em quadratura. O sinal transmitido é da forma:

$$\begin{aligned}
 s_i(t) &= A_i \sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t) \cos(2\pi f_c t) - B_i \sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t) \sin(2\pi f_c t) \\
 &= A_i \phi_1(t) + B_i \phi_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad i = 1, 2, \dots, M
 \end{aligned} \tag{2.93}$$

em que A_i e B_i são as componentes de fase e quadratura, respectivamente; E_g é a energia da onda formatadora $g(t)$; f_c é a frequência das portadoras; M é a ordem da constelação e $\phi_i(t)$ são as funções base do esquema de modulação. A Figura 2.6.1 mostra a constelação para uma modulação 16-QAM com os sinais mapeados em código Gray.

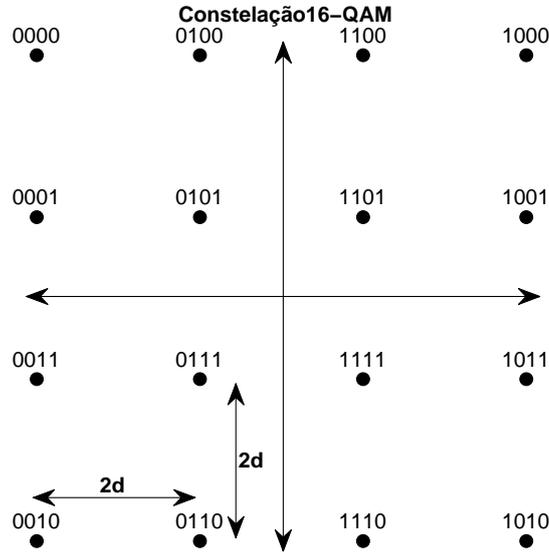


Figura 14 – Constelação 16-QAM [1].

A representação vetorial do sinal em modulação QAM é

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix}. \quad (2.94)$$

Supondo uma constelação QAM quadrada, os valores de A_i e B_i pertencem ao conjunto $\{(2i - \sqrt{M} - 1)\}$ para $i = 1, 2, \dots, \sqrt{M}$. A energia necessária para transmitir um sinal s_i é $E_{s_i} = |\mathbf{s}_i|^2 = A_i^2 + B_i^2$. Pode-se definir também a energia média da constelação como

$$\overline{E_s} \triangleq \sum_{i=1}^M P(s_i) |\mathbf{s}_i|^2 \quad (2.95)$$

em que $P(\cdot)$ é a probabilidade a priori do argumento. Supondo uma constelação com sinais equiprováveis, $P(s_i) = 1/M, \forall i$, a Equação 2.95 se torna

$$\overline{E_s} = \sum_{i=1}^M \frac{|\mathbf{s}_i|^2}{M} \quad (2.96)$$

Da mesma maneira pode-se definir a energia média necessária para se transmitir um bit equiprovável como

$$\overline{E_b} \triangleq \sum_{i=1}^M \frac{|\mathbf{s}_i|^2}{M \log_2(M)}. \quad (2.97)$$

A partir dos conhecimentos adquiridos nas seções abordadas no Desenvolvimento Teórico, já é possível simular e compreender as características do canal. Na próxima parte do trabalho, serão apresentadas simulações das curvas de Taxa de Erro de Bit, que são uma das principais medidas de eficiência de um sistema de comunicações sem fio.

Parte II

Simulações

3 SIMULAÇÕES

Existem inúmeras aplicações para sistemas sem fio que incluem transmissão de voz, acesso à Internet, transferência de arquivos, conferência em vídeo, entretenimento e controle distribuído [13]. Diferentes aplicações sem fio possuem diferentes exigências de robustez. Um das medidas mais importantes para quantificar robustez de um sistema de comunicação sem fio é a Taxa de Erro de Bit (*Bit Error Rate* – BER).

Neste capítulo serão apresentadas as simulações da BER para canais com vários casos de desvanecimento generalizado. A Seção 3.1 reinterpreta o modelo de canal, agora em uma representação mais simplificada, que será utilizada nas simulações. A Seção 3.2 se aprofunda mais no conceito da BER e sua conexão com a relação sinal-ruído (SNR - *Signal-to-Noise Ratio*) do sistema. A Seção 3.3 apresenta as curvas de BER para os diversos casos de desvanecimento. A Seção 3.4 apresenta o conceito de erro de estimação e estimação do desvanecimento por símbolos piloto [8], exibindo as curvas de BER para os diversos casos de desvanecimento.

3.1 Canal de Comunicação

Considere o sistema de comunicações sem fio ilustrado na Figura 15 [29], que é uma simplificação do sistema da Figura 1 descrito na Seção 2.2.1. Este modelo de canal foi utilizado nas simulações, pois se concentra apenas no efeito do desvanecimento em pequena-escala e supõe os blocos mais complexos como uma implementação externa.

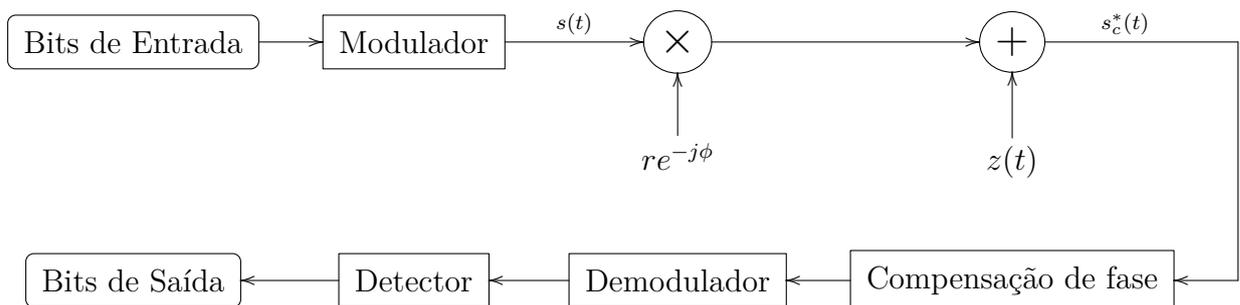


Figura 15 – Diagrama de blocos do sistema de comunicações sem fio simplificado.

Admitindo que o canal de comunicações é afetado por um desvanecimento lento não-seletivo em frequência, o sinal recebido $s_c^*(t)$ pode ser expresso como

$$s_c^*(t) = r e^{-ej\phi} s(t) + z(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.1)$$

em que $s(t)$ representa o sinal transmitido, r denota a amplitude do desvanecimento, ϕ representa o desvio de fase devido ao canal, $z(t)$ denota o ruído aditivo gaussiano branco

(AWGN) e T corresponde ao intervalo de sinalização.

A envoltória do desvanecimento r é modelada pelas distribuições generalizadas $\alpha - \kappa - \mu$ e $\alpha - \eta - \mu$, descritas nas seções anteriores. O ruído aditivo é um processo estocástico complexo de média nula e densidade espectral de potência $N_0/2$ por dimensão.

Supondo que o desvanecimento é suficientemente lento, o desvio de fase pode ser estimado sem erro a partir do sinal recebido. Logo, o sinal recebido resultante $s_r^*(t)$ pode ser expresso como

$$s_r^*(t) = s_c^*(t)e^{j\phi} = rs(t) + z(t)e^{j\phi} = rs(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3.2)$$

3.2 Taxa de Erro de Bit

Em sistemas modernos de comunicação são necessárias algumas medidas que quantificam a qualidade de transmissão [30]. Um importante indicador em sistemas de comunicação sem fio é a Taxa de Erro de Bit (*Bit Error Rate* – BER), que avalia o número de bits errado recebidos em comparação aos bits enviados. Basicamente, pode-se definir

$$\text{BER} = \frac{\text{Número de bits errôneos}}{\text{Número total de bits transmitidos}}. \quad (3.3)$$

Com um sinal de alta potência e com um canal com poucas perturbações, a taxa de erro de bit é ínfima e pode ser desconsiderada. Porém, para canais ruidosos e com altas interferências o número de bits errôneos pode ser preocupante. Logo, a relação sinal-ruído é um fator decisivo neste parâmetro.

Para se avaliar a BER de um sistema de comunicação geralmente é construída uma curva característica numa faixa de relação sinal-ruído para determinado esquema de modulação utilizado no sistema. Pode-se definir a relação sinal-ruído (em dB) SNR_{dB} como

$$\text{SNR}_{dB} = 10 \log \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \quad (3.4)$$

em que E_b é a energia do bit e N_0 quantifica a variância do ruído AWGN.

Utilizando modelo do canal descrito na Seção 3.1, o esquema de modulação M -QAM e o que foi discutido sobre BER, pode-se simular os efeitos do desvanecimento generalizado na transmissão dos símbolos binários para uma dada faixa de relação sinal ruído.

3.3 Simulações

Foram efetuadas simulações para gerar a curva da BER na faixa de 0 a 30 dB (considerando que esta é um faixa suficiente para se observar o comportamento da BER) de relação sinal-ruído em esquemas de modulação M -QAM para $M = \{16, 64, 256 \text{ e } 1024\}$, utilizando o modelo de canal descrito na Seção 3.1 e considerando casos particulares do

desvanecimento generalizado. Nas simulações que são apresentadas a seguir, foi considerado que os símbolos enviados são equiprováveis e que a potência da envoltória é normalizada.

3.3.1 Taxa de erro de bit - Rayleigh

De acordo com a Figura 16, referente à curva da BER para o caso particular de desvanecimento Rayleigh, pode-se verificar, por exemplo, que para uma SNR de 30 dB, a ordem de grandeza da BER chega a aproximadamente 10^{-2} no esquema 1024-QAM. Esta alta taxa de erro é explicada pelo fato de que o desvanecimento Rayleigh é muito severo, dado que não possui componente de visada direta e pouca reconstrução por componentes espalhadas.

Analisando a curva da Figura 4, em que é visto a densidade de probabilidade do desvanecimento, existe uma probabilidade de aproximadamente 63,2% de que o desvanecimento diminua a potência do sinal transmitido e em complemento, uma probabilidade 36,9% de que a potência aumente. Para símbolos mais externos da constelação, uma diminuição da sua potência pode implicar em uma escolha errônea na recepção devido à invasão dos símbolos em regiões de decisão mais internas. De maneira similar, para símbolos mais internos da constelação, um aumento de potência pode acarretar em uma escolha errada na recepção. Para símbolos intermediários existe uma maior chance de que, se acontecer erro seja por invasão nas regiões mais internas da constelação. Então, quanto maior for a ordem da constelação, considerando uma constelação normalizada, maior também será a taxa de erro de bit, devido às invasões dos símbolos recebidos nas regiões de decisão adjacentes. Este fato é observado na Figura 16, em que a constelação de maior ordem (1024-QAM) possui maior taxa de erro de bit.

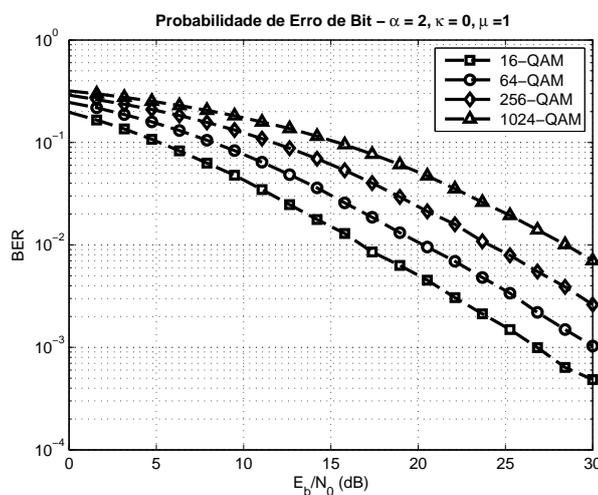


Figura 16 – BER \times SNR para modulação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 0$ e $\mu = 1$ (Rayleigh).

3.3.2 Taxa de erro de bit - Nakagami- m

A Figura 17 mostra a curva de taxa de erro de bit para o caso particular em que o desvanecimento é Nakagami- m . As simulações foram feitas fixando $m = 10$ ($\mu = 10$). É evidente que a taxa de erro de bit neste caso, para uma mesma SNR, é bem menor do que para o caso Rayleigh, chegando a valores na ordem de 10^{-5} . A razão para esta menor taxa é que o número de *clusters* do Nakagami- m é maior do que para o caso Rayleigh, sendo assim o desvanecimento possui uma menor variância e a probabilidade de que o desvanecimento faça o símbolo invadir outra região de decisão é minimizada.

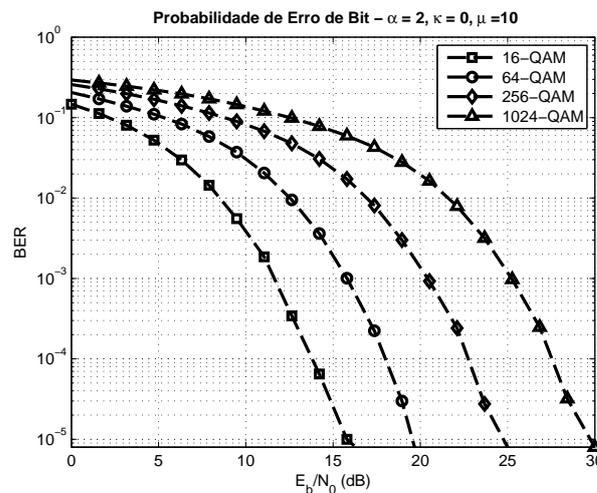


Figura 17 – BER \times SNR para modulação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 0$ e $\mu = 10$ (Nakagami- $m - m = 10$).

3.3.3 Taxa de erro de bit - Rice

A Figura 18 mostra a curva de taxa de erro de bit para o caso particular em que o desvanecimento é Rice. As simulações foram feitas fixando $K = 10$ ($\kappa = 10$). Pode-se observar que a taxa de erro de bit decresce mais rapidamente do que para o caso Rayleigh, porém o desvanecimento Rice ainda possui mais probabilidade de causar erros na recepção do que no desvanecimento Nakagami- m , dado que observa-se que para os valores de SNR em aproximadamente 15, 20, 25 e 30 dB a BER é cerca de 1000 vezes maior.

3.3.4 Taxa de erro de bit - Weibull

A Figura 19 mostra a curva de taxa de erro de bit para o caso particular em que o desvanecimento é Weibull. As simulações foram feitas fixando $\alpha = 5$. Como no caso do desvanecimento Nakagami- m , a taxa de erro de bit cai mais rapidamente do que no desvanecimento Rayleigh. Quando o parâmetro α aumenta, a variância da envoltória $\alpha - \kappa - \mu$ diminui, isto implica que o desvanecimento tem menor chance de causar erro na recepção. Observa-se também que neste caso de desvanecimento a probabilidade de erro é

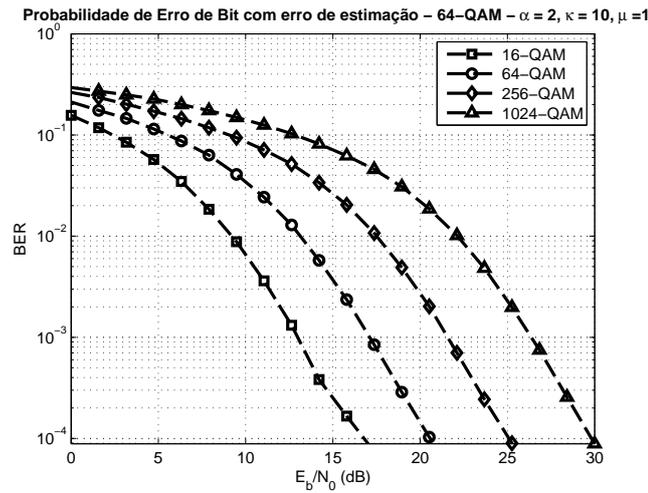


Figura 18 – BER \times SNR para modulação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 10$ e $\mu = 1$ (Rice).

maior do que nos casos Nakagami- m e Rice, dado que a BER mínima não chega na ordem de 10^{-4} .

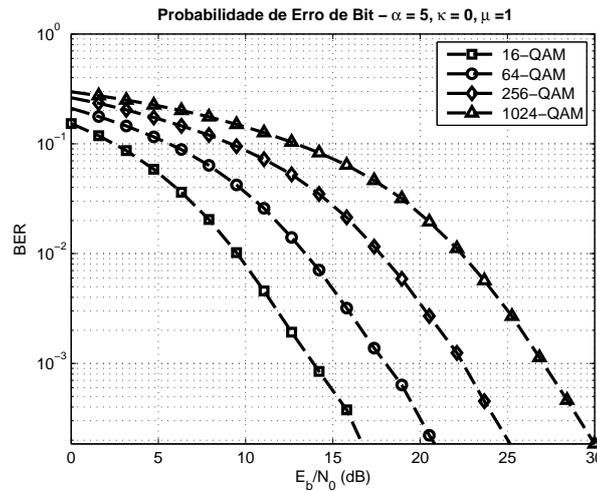


Figura 19 – BER \times SNR para modulação para constelação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 5, \kappa = 0$ e $\mu = 1$ (Weibull).

3.3.5 Taxa de erro de bit - Hoyt

A Figura 20 mostra a curva de taxa de erro de bit para o caso particular em que o desvanecimento é Hoyt. As simulações foram feitas fixando $\sigma_X = 10$ e $\sigma_Y = 1$ ($\eta = 100$). Percebe-se que o desvanecimento Hoyt possui uma taxa de erro mais elevada do que no caso Rayleigh. Isto ocorre porque, apesar de ambas não possuírem componentes de visada direta, o desvanecimento Hoyt provoca um desbalanceamento entre as componentes de fase e quadratura. Quando o desbalanceamento é baixo ($\eta \rightarrow 1$), o desvanecimento Hoyt

tende ao Rayleigh, logo, as curvas da Figura 20 tendem às curvas da Figura 16 no melhor caso.

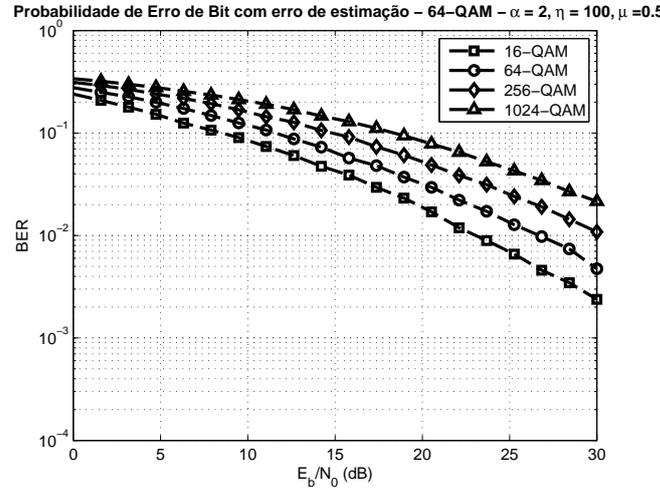


Figura 20 – BER \times SNR para modulação para constelação QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2$, $\eta = 100$ e $\mu = 0.5$ (Hoyt).

Nas simulações seguintes foi fixada uma constelação 64-QAM e analisado as curvas para variados casos do desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ e $\alpha - \eta - \mu$. O objetivo das simulações é analisar a influência de cada parâmetro na BER.

3.3.6 Taxa de erro de bit para o caso $\alpha = \{2; 5; 10\}$, $\kappa = 1$ e $\mu = 1$.

Nesta simulação foi analisado o caso em que a potência das componentes espalhadas é igual à potência da componente de visada direta ($\kappa = 1$) e que existe apenas um cluster na transmissão. Foram simulados três casos distintos de não linearidade do canal ($\alpha = \{2; 5; 10\}$). A Figura 21 mostra os resultados obtidos. Percebe-se que ao aumentar o valor de α , diminui taxa de erro de bit, o que é um resultado esperado devido à diminuição na variância do desvanecimento, conforme observado na Figura 8.

3.3.7 Taxa de erro de bit para o caso $\alpha = 2$, $\kappa = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 1$ (Rice)

Nesta simulação foi analisado o caso em que o canal não distorce a forma da envoltória do sinal ($\alpha = 2$) e que existe apenas um *cluster* na transmissão. Foram simulados três casos distintos da razão da potência entre a componente de visada direta e das componentes espalhadas ($\kappa = \{1, 10, 100\}$). A Figura 22 mostra os resultados obtidos. Da mesma maneira que no caso anterior, o aumento do parâmetro κ causa uma menor taxa de erro.

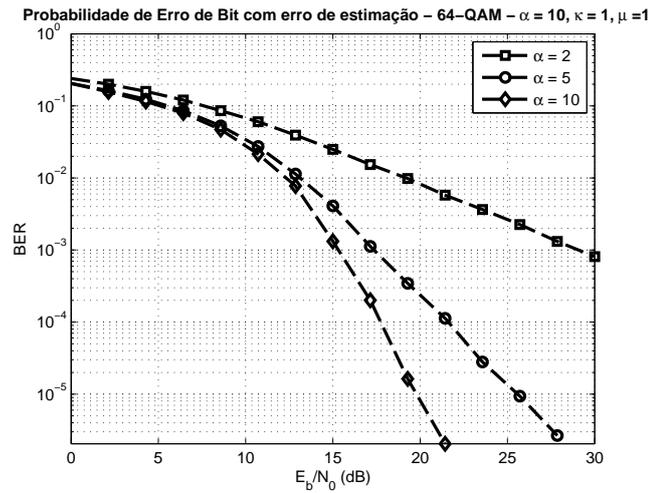


Figura 21 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = \{2; 5; 10\}$, $\kappa = 1$ e $\mu = 1$.

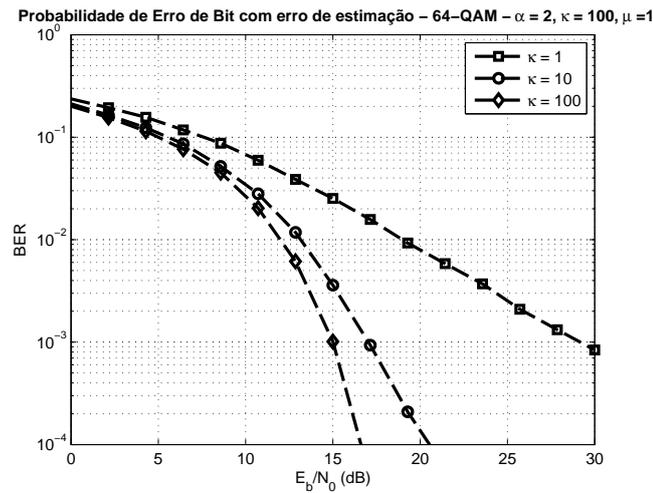


Figura 22 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha = 2$, $\kappa = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 1$.

3.3.8 Taxa de erro de bit para o caso $\alpha = 2$, $\kappa = 1$ e $\mu = \{1, 10, 100\}$

Nesta simulação foi analisado o caso em que o canal não distorce a forma da envoltória do sinal ($\alpha = 2$) e que a potência da componente de visada direta é igual à potência das componentes espalhadas. Foram simulados três casos distintos do número de *clusters* ($\mu = \{1, 10, 100\}$). A Figura 23 apresenta os resultados obtidos. Como nos casos anteriores, o padrão de diminuição da BER com o aumento do parâmetro se repete.

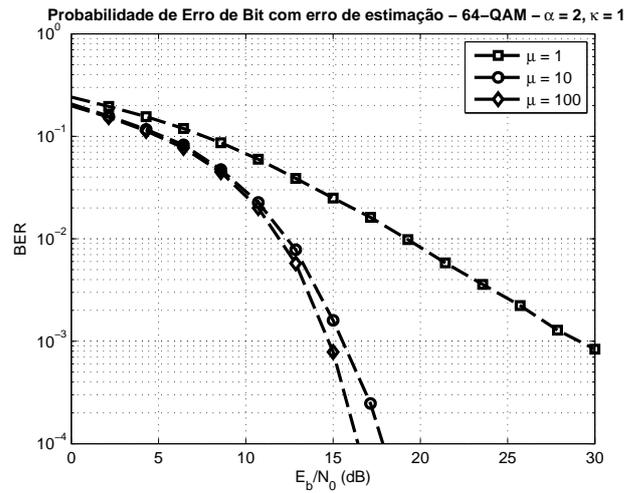


Figura 23 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = 1$ e $\mu = \{1, 10, 100\}$.

3.3.9 Taxa de erro de bit para o caso $\alpha = 2$, $\eta = \{1, 10, 100, 1000, 10000\}$ e $\mu = 0.5$ (Hoyt)

Nesta simulação foi analisado o caso em que o canal não distorce a forma da envoltória ($\alpha = 2$) e que existe apenas um *cluster* na transmissão. Foram simulados cinco casos para o desbalanceamento entre as componentes de fase e quadratura ($\eta = \{1, 10, 100, 1000, 10000\}$), em que a Figura 24 apresenta os resultados obtidos. Percebe-se que o desbalanceamento provoca uma maior taxa de erros na recepção, chegando a valores na ordem de 10^{-1} , sendo assim, um caso pior do que o desvanecimento Rayleigh. Percebe-se que quanto menor for o desbalanceamento ($\eta \rightarrow 1$), menor é a taxa de erro de bit, com limite inferior sendo a curva do caso Rayleigh ($\eta = 1$). Lembrando que o parâmetro η apresenta resultados simétricos em torno de $\eta = 1$.

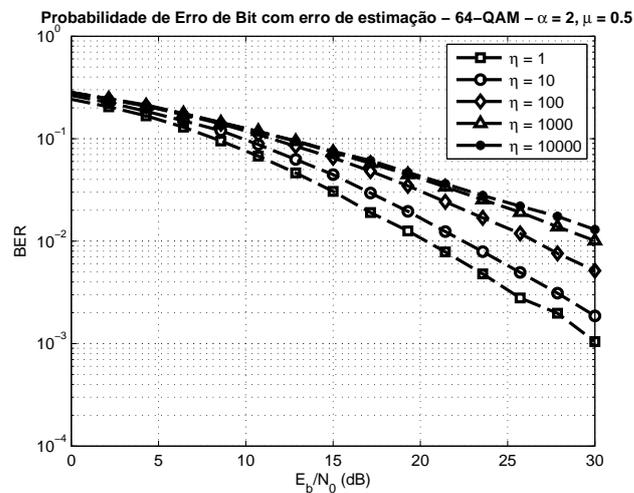


Figura 24 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2$, $\eta = \{1, 10, 100, 1000, 10000\}$ e $\mu = 0,5$ (Hoyt).

3.4 Simulações com Erro de Estimação

Nas simulações feitas na Seção 3.3 foi considerado que a envoltória do desvanecimento é conhecida pelo receptor (Estimação Perfeita do Canal - *Ideal Channel State Information* - I-CSI). Essa consideração pode não ser possível em muitos casos, pois é coerente considerar um fator de erro na estimação do desvanecimento no receptor. Este erro será modelado inicialmente por uma variável aleatória gaussiana somada ao desvanecimento perfeitamente estimado. Isto significa que

$$\beta(t) = r(t) + \delta(t) \quad (3.5)$$

em que $\beta(t)$ é o desvanecimento estimado pelo receptor e $\delta(t)$ é uma variável aleatória gaussiana que modela o erro de estimação.

Nas Seções 3.4.1, 3.4.2, 3.4.3 e 3.4.4 a seguir, as simulações foram feitas para uma constelação fixa 64-QAM e, inicialmente, com valores da variância do erro de estimação $\text{Var}[\delta(t)]$ fixas em $\{0, 1; 0, 01; 0, 005; 0, 001\}$ para se observar o comportamento da BER em relação aos diferentes casos de variância irreduzível. Em seguida, nas Seções 3.4.7, 3.4.8 e 3.4.9 foi simulado a BER utilizando o desvanecimento estimado por meio dos símbolos pilotos. Para isso foi adotada uma mensagem composta por 250 símbolos no qual 50 são símbolos piloto, o que corresponde a uma vazão de 80%. Dado que transmissor e receptor conhecem os símbolos pilotos, para se estimar o efeito do desvanecimento, sabendo que a mensagem é como mostrada na Equação 3.2 e supondo uma taxa de transmissão elevada em que o desvanecimento não se modifique na transmissão dos K símbolos pilotos (desvanecimento quase-estático), pode-se fazer

$$\text{E} \left[\sum_{i=1}^K r s_i(t) + n_i(t) \right] \approx r \times \text{E} \left[\sum_{i=1}^K s_i(t) \right] \quad (3.6)$$

em que foi suposto que a média das K amostras do ruído $n_i(t)$ converge a zero. Sabendo que o receptor conhece o valor médio da mensagem piloto, o valor do desvanecimento estimado é

$$\hat{r} = \frac{\text{E} \left[\sum_{i=1}^K r s_i(t) + n_i(t) \right]}{\text{E} \left[\sum_{i=1}^K s_i(t) \right]} = r + \delta \quad (3.7)$$

sendo esta equação análoga a Equação 5.11. A variância do erro de estimação pode ser encontrada pelo limitante de Cramér-Rao [8], sendo expressa por

$$\text{Var}[\delta(t)] = \frac{N_o}{2K E_s} \quad (3.8)$$

em que E_s é a energia do símbolo. Percebe-se que a variância do erro de estimação diminui com o aumento do número de símbolos pilotos ou com o aumento da SNR.

3.4.1 Taxa de erro de bit com erro na estimação - Rayleigh

A Figura 25 apresenta a curva de taxa de erro de bit com vários casos de erro de estimação para desvanecimento Rayleigh. Tem-se que a variância do desvanecimento Rayleigh neste caso é $\text{Var}[r(t)] = 0,2146$ (esse resultado pode ser encontrado a partir da formula geratriz de momentos 2.4.2.1). Para valores de variância do erro de estimação na mesma ordem de grandeza de 0,2146, a taxa de erro de bit será alta e apresentará um limite inferior, no qual o aumento da SNR não provoca diminuição na BER. Para valores de variância do erro de estimação muito menores que valores da variância do desvanecimento ($\text{Var}[\delta(t)] \ll \text{Var}[r(t)]$), a curva da taxa de erro tende a curva sem erro de estimação mostrada na Figura 16.

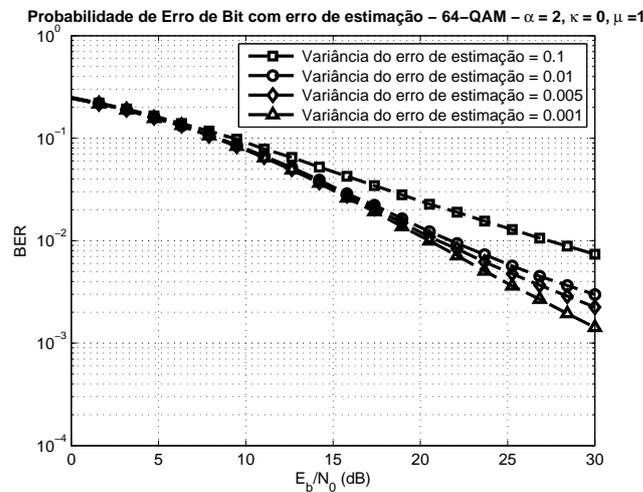


Figura 25 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 0$ e $\mu = 1$ (Rayleigh) considerando ausência de I-CSI.

3.4.2 Taxa de erro de bit com erro na estimação - Nakagami- m

A Figura 26 apresenta a taxa de erro de bit para quatro casos de erro de estimação com desvanecimento Nakagami- m (com $m = 10$). Neste caso a variância do desvanecimento Nakagami- m é $\text{Var}[r(t)] = 0,0247$. Percebe-se que no caso em que a variância do erro de estimação é 0,1, a taxa de erro de bit tende ao limite inferior. Isto ocorre porque a variância do erro de estimação é muito maior que a variância do desvanecimento. Observa-se que para valores de $\text{Var}[\delta(t)] < 0,0247$ ($\text{Var}[\delta(t)] = \{0,01; 0,005; 0,001\}$) a curva da BER tende a curva mostrada na Figura 17.

3.4.3 Taxa de erro de bit com erro na estimação - Rice

A Figura 27 mostra a taxa de erro de bit para vários casos de erro de estimação com desvanecimento Rice (com $\kappa = 5$). Neste caso a variância do desvanecimento Rice

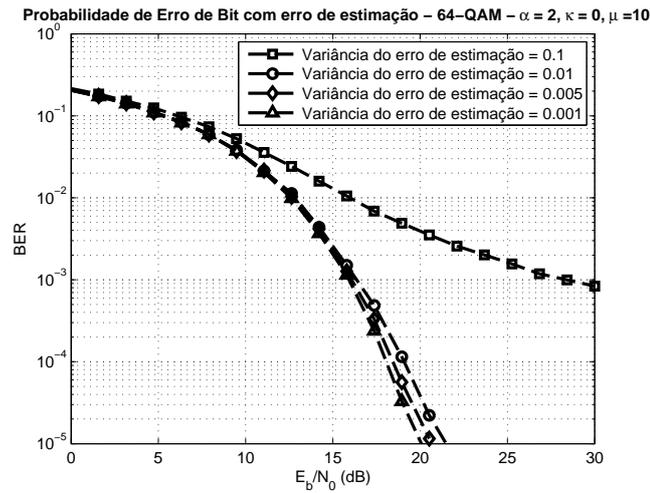


Figura 26 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = 0$ e $\mu = 10$ (Nakagami- m para $m = 10$) considerando ausência de I-CSI.

é $\text{Var}[r(t)] = 0,0785$. Pode-se observar o limite inferior em todos os casos, dado que a variância do erro de estimação sempre possui, no mínimo, a mesma ordem de grandeza.

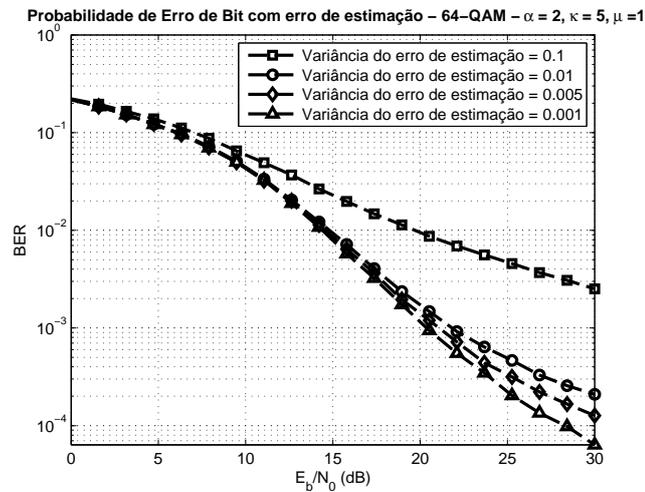


Figura 27 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = 5$ e $\mu = 1$ (Rice).

3.4.4 Taxa de erro de bit com erro na estimação - Weibull

A Figura 28 mostra a taxa de erro de bit para quatro casos de erro de estimação com desvanecimento Weibull ($\alpha = 10$). Neste caso a variância do desvanecimento Weibull é $\text{Var}[r(t)] = 0,0498$. Percebe-se que só é observado o limitante inferior para o caso de erro de estimação com variância igual a 0,1. Para os outros três casos, em que variância do desvanecimento é maior do que a variância do erro de estimação, a BER tende à curva apresentada na Figura 19.

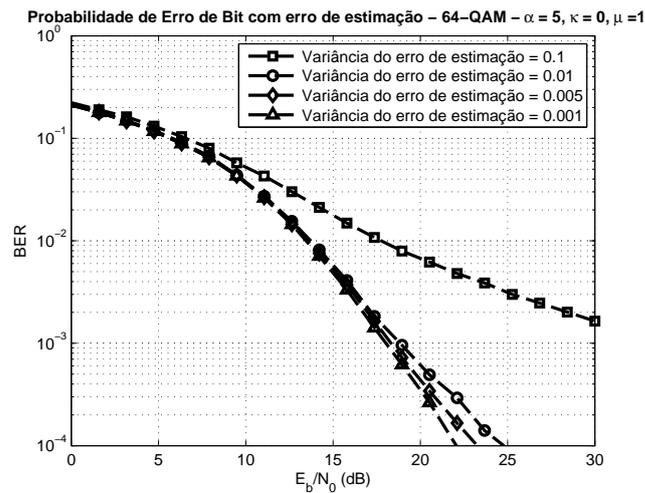


Figura 28 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 5, \kappa = 0$ e $\mu = 1$ (Weibull) considerando ausência I-CSI.

3.4.5 Taxa de erro de bit com erro na estimação - Hoyt

A Figura 29 mostra a taxa de erro de bit para quatro casos de erro de estimação com desvanecimento Hoyt ($\eta = 100$). Neste caso, a variância do desvanecimento Hoyt é $\text{Var}[r(t)] = 0,394$. Analisando a figura, percebe-se que os diferentes erros de estimação provocou poucas modificações nas curvas. Isto ocorre porque a variância do desvanecimento é maior do que a variância do erro de estimação em todos os casos, logo, a BER é aproximadamente a mesma que a curva mostrada na Figura 20 para a constelação 64-QAM.

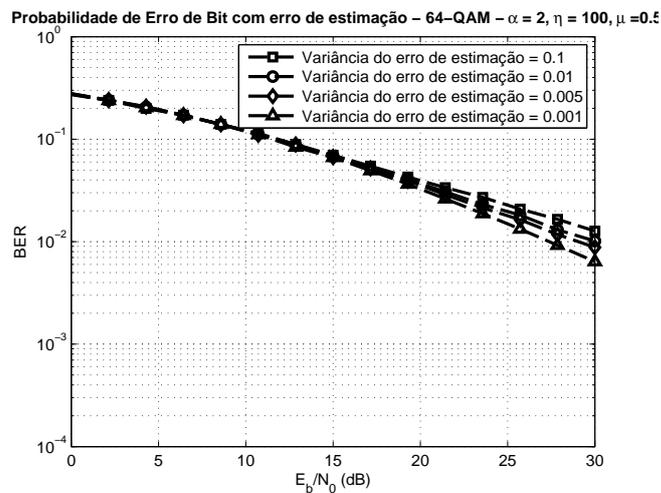


Figura 29 – BER \times SNR para constelação 64-QAM com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2, \eta = 10$ e $\mu = 0.5$ (Hoyt) considerando ausência de I-CSI.

3.4.6 Simulações com símbolos piloto

Nas simulações apresentadas nas Seções 3.4.7, 3.4.8 e 3.4.9 a seguir foram utilizados símbolos pilotos para estimação do desvanecimento em vários casos de $\alpha - \kappa - \mu$ e $\alpha - \eta - \mu$. Foram considerados 50 símbolos piloto ($K = 50$) em uma mensagem com total de 250 símbolos em uma constelação 64-QAM. Para analisar o efeito do número total de símbolos transmitidos na BER e na variância do erro de estimação, dois casos foram observados: 100 mensagens (25000 símbolos no total - 5000 símbolos piloto no total), e 1000 (250000 símbolos no total - 50000 símbolos piloto no total). Para cada caso são apresentadas as curvas da BER e da variância do erro de estimação (comparando com o valor esperado de acordo com a Equação 3.8).

3.4.7 Taxa de erro de bit com erro na estimação para o caso $\alpha = \{2, 5, 10\}$, $\kappa = 1$ e $\mu = 1$

Nesta simulação foi analisado o caso $\kappa = 1$ e $\mu = 1$ com $\alpha = \{2, 5, 10\}$ considerando a estimação do desvanecimento por meio de símbolos piloto. A Figura 30 mostra a BER estimada utilizando uma mensagem composta por 100 blocos de 250 símbolos (25000 símbolos no total com 5000 símbolos piloto), em que a estimação utiliza 50 símbolos piloto por bloco. Percebe-se que para este caso de desvanecimento, 100 mensagens não são suficientes para uma boa estimativa da BER, dado que a curva para $\alpha = 2$ mostrou baixa convergência. Observando a Figura 32, verifica-se que a variância do erro de estimação é instável em relação à curva teórica e não representa uma boa estimativa. A Figura 31 mostra um melhor caso, com 1000 blocos de 250 símbolos na mensagem total (250000 símbolos no total com 50000 símbolos piloto), onde pode-se notar uma melhor estabilidade da BER. Pode-se observar também, na Figura 33, que a variância do erro de estimação converge com poucas flutuações para a curva teórica dada pela Equação 3.8.

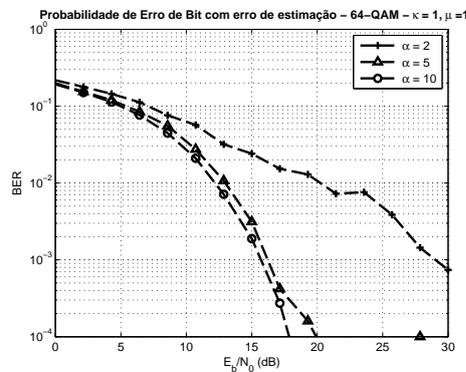


Figura 30 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = \{2, 5, 10\}$, $\kappa = 10$ e $\mu = 1$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 100 mensagens.

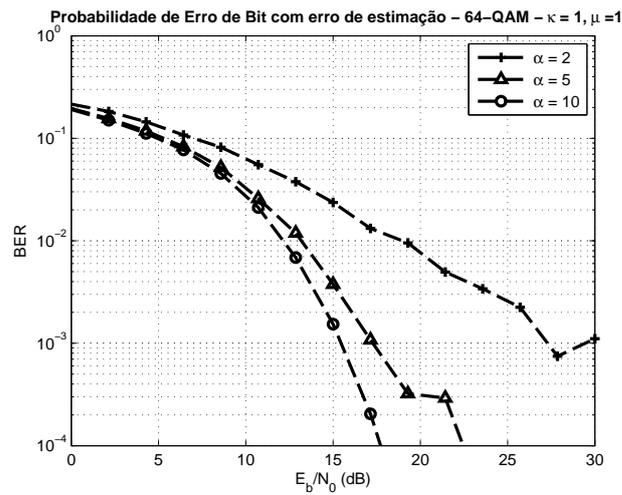


Figura 31 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = \{2, 5, 10\}$, $\kappa = 10$ e $\mu = 1$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 1000 mensagens.

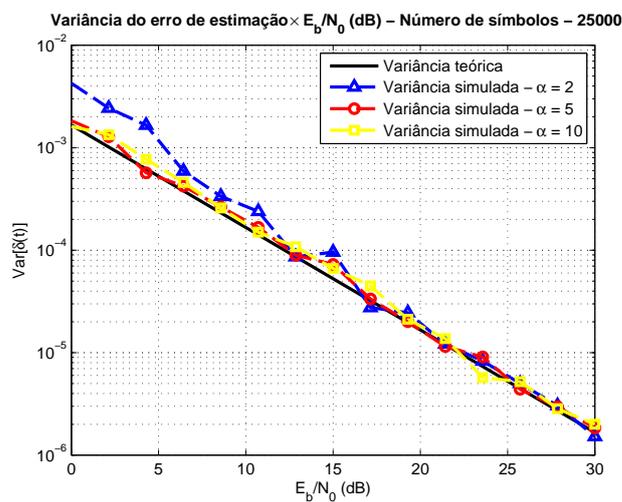


Figura 32 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 100 mensagens, para vários casos de desvanecimento, em contraste com a curva teórica.

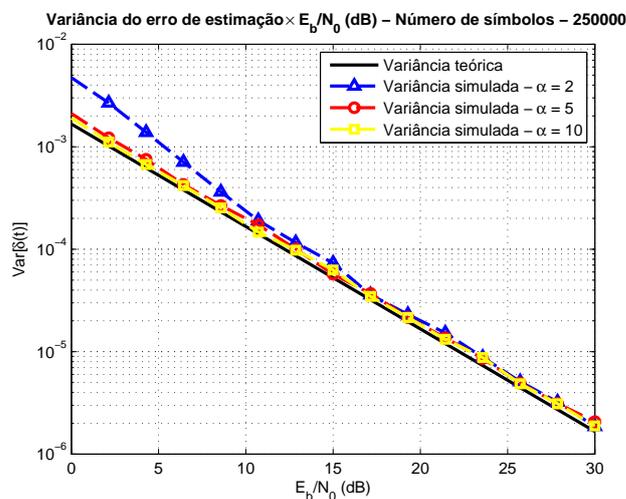


Figura 33 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 1000 mensagens, para vários casos de desvanecimento, em contraste com a curva teórica.

3.4.8 Taxa de erro de bit com erro na estimação para o caso $\alpha = 2$, $\kappa = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 1$

Nesta simulação foi analisado o caso $\alpha = 2$ e $\mu = 1$ com $\kappa = \{1, 10, 100\}$. De maneira semelhante ao que foi mostrado na Seção 3.4.7, uma estimação de desvanecimento por poucas mensagens (100 mensagens) gera uma curva de BER que não representa com fidelidade o canal por possuir poucas amostras e a variância do erro de estimação não possui uma boa convergência, como pode ser visto nas Figuras 34 e 36. Percebe-se que para $\kappa = 1$ e $\kappa = 10$, as curvas apresentam instabilidade na convergência e a variância do erro de estimação possui flutuações em torno do limitante. Para a condição com 1000 mensagens (Figura 35 e Figura 37), pode-se observar uma melhor convergência da BER e da variância do erro de estimação.

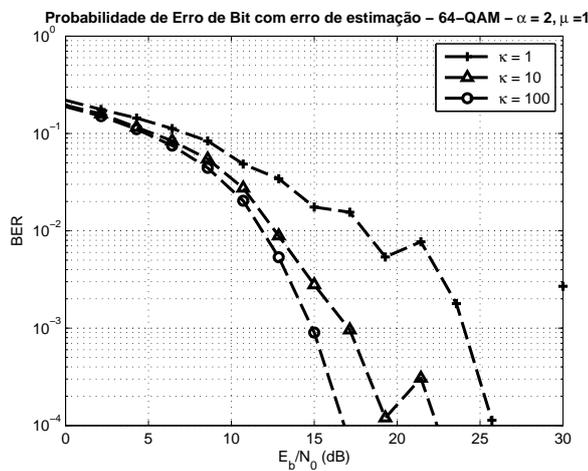


Figura 34 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 1$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 100 mensagens.

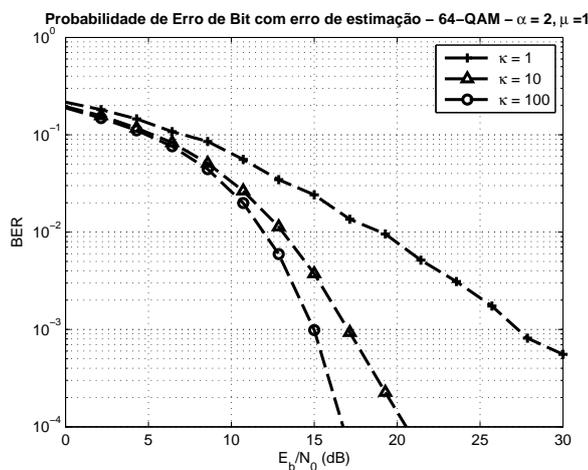


Figura 35 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2$, $\kappa = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 1$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 1000 mensagens.

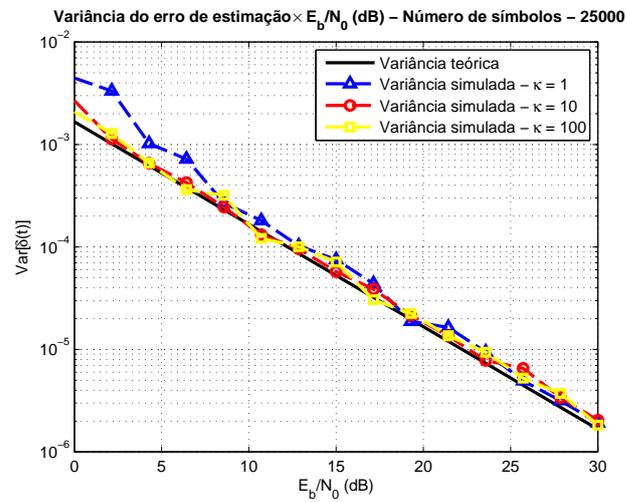


Figura 36 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 1000 mensagens, para vários casos de desvanecimento, em contraste com a curva teórica.

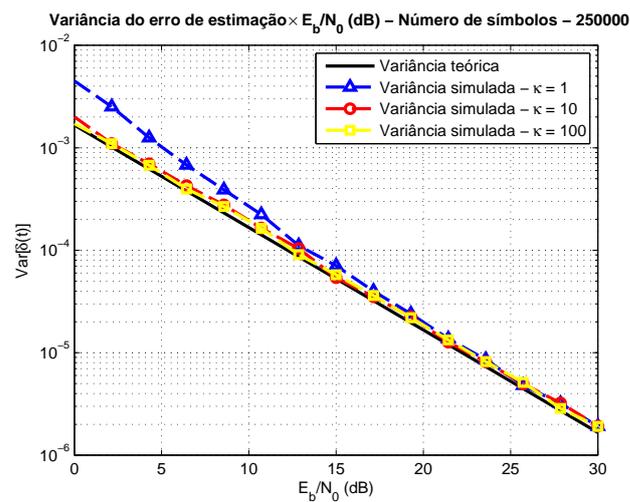


Figura 37 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 10000 mensagens, para vários casos de desvanecimento, em contraste com a curva teórica.

3.4.9 Taxa de erro de bit com erro na estimação para o caso $\alpha = 2$, $\kappa = 1$ e $\mu = \{1, 10, 100\}$

Nesta simulação foi analisado o caso $\alpha = 2$ e $\kappa = 1$ com $\mu = \{1, 10, 100\}$. A Figura 38 mostra a BER estimada por 100 blocos, em que pode-se perceber falhas na estimação para o caso de maior variância do desvanecimento ($\mu = 1$). A Figura 40 mostra uma boa convergência do erro de estimação para este caso. Uma melhor representação da BER é mostrada na Figura 39, em que foi utilizado 1000 mensagens para a estimação. Nesta figura, todas as curvas apresentam bom comportamento, sendo observado apenas alguns erros para maiores valores SNR no caso $\mu = 1$. A Figura 41 mostra a curva da variância do erro correspondente, em que pode ser visto uma convergência mais adequada para a curva teórica.

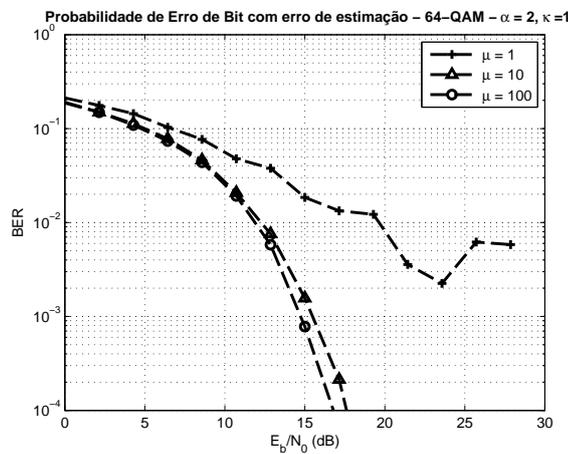


Figura 38 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 1$ e $\mu = \{1, 10, 100\}$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 100 mensagens.

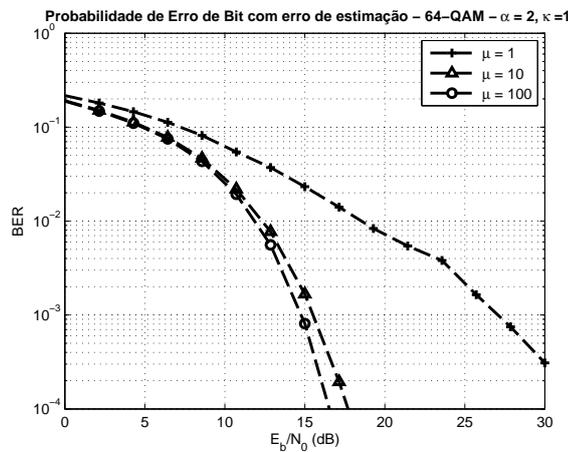


Figura 39 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \kappa - \mu$ para $\alpha = 2, \kappa = 1$ e $\mu = \{1, 10, 100\}$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 1000 mensagens.

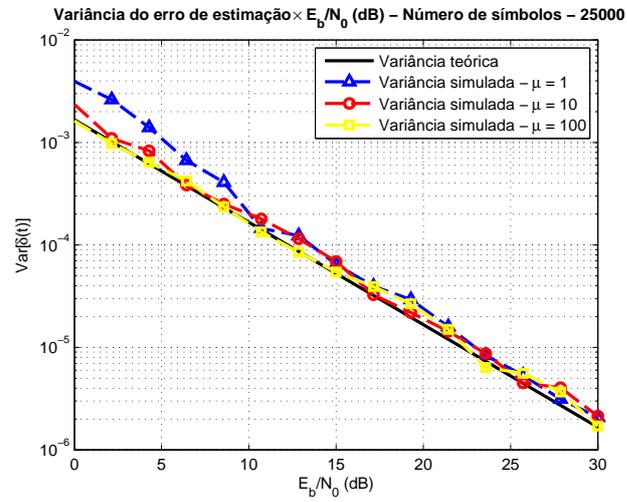


Figura 40 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 100 mensagens para vários casos de desvanecimento, em contraste com a curva teórica.

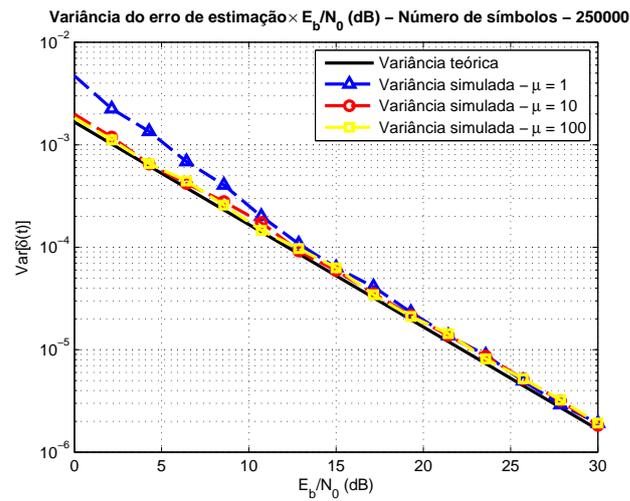


Figura 41 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 1000 mensagens para vários casos de desvanecimento, em contraste com a curva teórica.

3.4.10 Taxa de erro de bit com erro na estimação para o caso $\alpha = 2$, $\eta = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 0,5$

Nesta simulação foi analisado o caso $\alpha = 2$, $\mu = 0.5$ com $\eta = \{1, 10, 100\}$. A Figura 42 mostra a BER estimada por 100 blocos, em que pode-se perceber flutuações para valores de SNR a partir de aproximadamente 20 dB, o que caracteriza uma estimação ruim para a taxa de erro de bit. Para este caso, a Figura 44 mostra a variância do erro de estimação, em que pode-se perceber um comportamento instável em relação a curva teórica. Uma melhor estimação da BER é feita com 1000 mensagens na transmissão, que pode ser vista na Figura 43. Neste caso, a BER se mostrou mais estável e a variância do erro de estimação, visto na Figura 45, mostra uma convergência com menos flutuações do que no caso anterior.

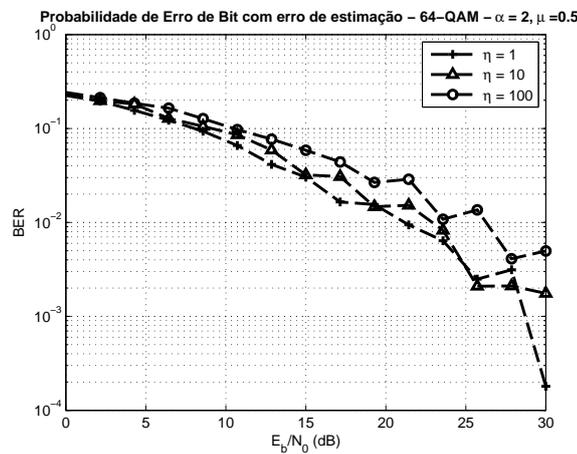


Figura 42 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2, \eta = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 0,5$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 100 mensagens.

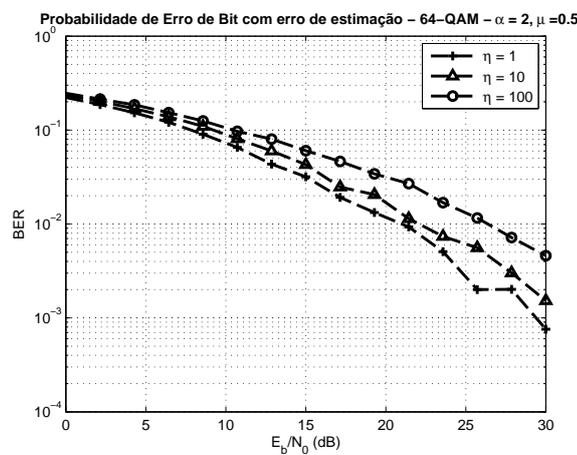


Figura 43 – BER \times SNR com desvanecimento generalizado $\alpha - \eta - \mu$ para $\alpha = 2, \eta = \{1, 10, 100\}$ e $\mu = 0,5$ considerando ausência de I-CSI com estimação por 1000 mensagens.

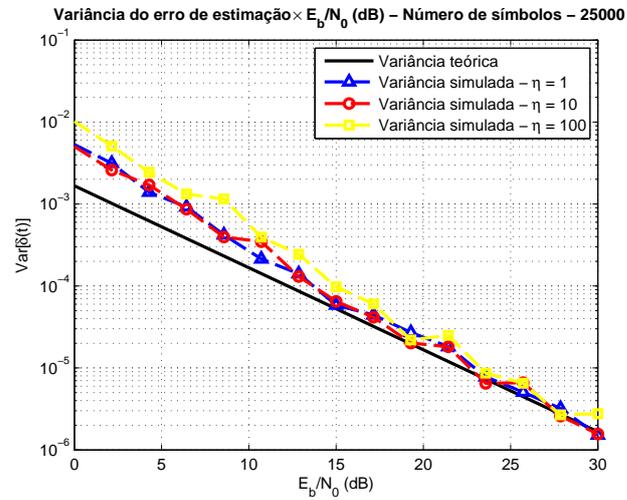


Figura 44 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 100 mensagens para vários casos de desvanecimento, em contraste com a curva teórica.

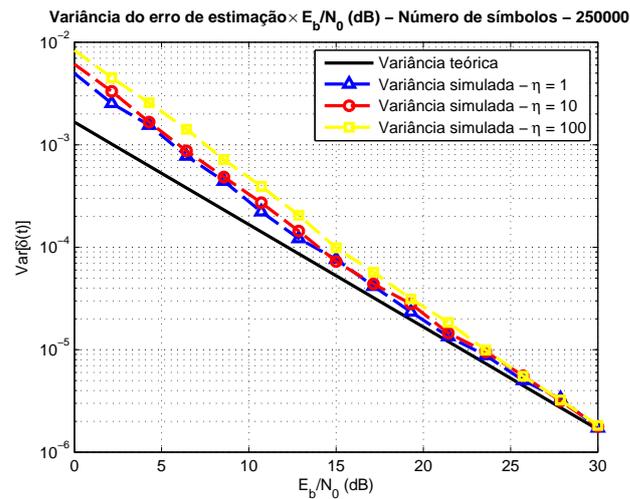


Figura 45 – Variância do erro de estimação \times SNR com estimação por 10000 mensagens para vários casos de desvanecimento, em contraste com a curva teórica.

4 CONCLUSÕES

O estudo dos efeitos em pequena escala no canal de comunicação sem fio é fundamental para que a tecnologia consiga contornar os limites impostos pelo canal. Conhecer os modelos de desvanecimento mais adequados para cada aplicação, que sejam capaz de abstrair as generalidades e características do canal é um importante passo para avaliar um projeto de comunicações sem fio. Neste trabalho foi apresentada uma análise teórica, em termos gerais, do canal e dos modelos de desvanecimento $\alpha - \kappa - \mu$ e $\alpha - \eta - \mu$, que abrangem diversos outros modelos de desvanecimento, tendo o objetivo de contribuir com futuras pesquisas e podendo ser um passo inicial para a análise do canal e dos efeitos de pequena escala.

Uma figura de mérito dos canais de comunicação sem fio é a BER. A partir desta medida pode-se avaliar quão adequado será um esquema de modulação ou se a transmissão atende aos requisitos do sistema. Com o objetivo de se observar os efeitos multipercurso no canal, foi avaliado o comportamento da BER para diferentes casos dos modelos generalizados. Inicialmente foi considerado que a informação do canal completamente conhecida e observado o comportamento das curvas em diversos casos particulares de desvanecimento. O conhecimento ideal da informação do canal não é uma consideração prática, dado que os efeitos do desvanecimento se manifestam de maneira aleatória. Para se encontrar uma curva de BER que seja fiel a um sistema real, deve-se considerar problemas reais ao modelo. Para isso é mais coerente considerar que o receptor estima o fator do desvanecimento com erros inerentes. Dois modelos de erros de estimação foram analisados: considerando que a variância do erro de estimação era irreduzível relativa à SNR e considerando que a variância do erro de estimação era dependente da SNR e com estimação por meio de símbolos pilotos. A partir das simulações, foi observado que o erro com variância irreduzível provoca patamares na curva de BER, em que o aumento da SNR não diminui os erros de transmissão. No caso de erro com variância redutível, o aumento da SNR provoca a diminuição da taxa de erro de bit, porém foi observada uma grande dependência da convergência das curvas em relação ao número de mensagens utilizadas para estimação, sendo necessário projetar um sistema com boa eficiência entre informação útil e símbolos pilotos para estimação do desvanecimento.

4.1 Propostas de Trabalhos Futuros

Como propostas de trabalhos futuros, pode-se seguir as seguintes linhas de pesquisa:

- a) Estudo da adequação dos modelos generalizados em aplicações de sistemas sem fio reais, como TV-Digital, para verificação da fidelidade do modelo;

- b) Analisar os efeitos de estimação utilizando outros esquemas de modulação;
- c) Estudo de técnicas mais eficientes de estimação das amostras do desvanecimento;
- d) Análise de técnicas eficientes de compensação do desvanecimento considerando o erro inerente da estimação.

4.2 Publicações

O seguinte artigo foi produzido como resultado da pesquisa relacionada com este trabalho:

Efeitos dos Erros de Estimação em Canais sob Desvanecimento Generalizado $\alpha-\kappa-\mu$. Aceito para publicação no XXXIV Símposio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais em Santarém-PA.

REFERÊNCIAS

- 1 PIMENTEL, C. J. L. *Comunicação Digital*. Rio de Janeiro: Brasport, 2007.
- 2 LIMA, C. C. de. *Modelo de Propagação Empírico de Interiores para Redes LTE em 2600 MHz*. Dissertação (Mestrado) — UPE - Universidade de Pernambuco, Recife, 2016.
- 3 [S.l.]: ANATEL, Agência Nacional de Telecomunicações, 2016. <<http://www.anatel.gov.br/>>. Acesso em 05-10-2015.
- 4 RAPPAPORT, T. *Comunicações Sem Fio: Princípios e Práticas*. São Paulo, Brasil: Prentice Hall Brasil, 2008.
- 5 FRAINDENRAICH, G.; YACOUB, M. D. The $\alpha - \eta - \mu$ and $\alpha - \kappa - \mu$ Fading Distributions. *IEEE Ninth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, 2006.
- 6 YACOUB, M. D. The $\alpha - \mu$: A General Fading Distribution. *IEEE International Symposium On Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, 2002.
- 7 YACOUB, M. D. The $\eta - \mu$: A General Fading Distribution. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 2009.
- 8 LOPES, W. T. A.; ALENCA, M. S. de. Performance of a Rotated QPSK Based System in a Fading Channel Subject to Estimation Errors. In: . São Caetano do Sul: [s.n.], 2001.
- 9 ALBUQUERQUE, J. D. A. E.; FORTES, J.; FINAMORE, W. *Probabilidade, Variáveis Aleatórias e Processos Estocásticos*. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2008.
- 10 SKLAR, B. Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems - Part I: Characterization. *IEEE Communications Magazine*, 1997.
- 11 PATHAN, A.; MONOWAR, M.; KHAN, S. *Simulation Technologies in Networking and Communications: Selecting the Best Tool for the Test*. [S.l.]: CRC Press, 2014.
- 12 PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1995.
- 13 GOLDSMITH, A. *Wireless Communications*. Califórnia: [s.n.], 2005.
- 14 CLARKE, R. H. A Statistical Theory of Mobile-Radio Reception. *Bell System Technical Journal*, 1968.
- 15 BATISTA, F. P. *Estimação de Parâmetros por Máxima Verossimilhança para Ambientes Generalizados do Canal sem Fio*. Dissertação (Mestrado) — Inatel - Instituto Nacional de Telecomunicações, Santa Rita do Sapucaí, 2015.
- 16 SHIH, W. *n-dimension Spherical Coordinates and Volumes of the n-ball in R^n* . 2014. <http://www.ams.sunysb.edu/~wshih/mathnotes/n-D_Spherical_coordinates.pdf/>. Acesso em 11-05-2016.
- 17 ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. *Handbook of Mathematical Functions*. [S.l.]: National Bureau of Standards, 1970.

- 18 PAJALA, E. et al. An Improved Simulation Model for Nakagami- m Fading Channels for Satellite Positioning Applications. *Proceedings of The 3rd Workshop on Positioning, Navigation and Communication*, 2006.
- 19 STEFANOVIC, H.; SAVIC, A. Some General Characteristics of Nakagami- m Distribution. *International Symposium on Computing in Informatics and Mathematics (ISCIM 2011)*, 2011.
- 20 WALCK, C. *Hand-book on Statistical Distributions for Experimentalists*. Estocolmo: University of Stockholm, 2007.
- 21 ALENCAR, M. Sampaio de. *Telefonia Celular*. São Paulo: Editora Érica, 2004.
- 22 RICE, S. O. Mathematical Analysis of Random Noise. *Bell System Technical Journal*, 1944.
- 23 ABDI, A. et al. On the Estimation of the K Parameter for the Rice Fading Distribution. *IEEE Communications Letters*, 2001.
- 24 FASOLO, S.; DUQUE, R. Fading Channel Simulator For Hoyt Distribution. *Inatel - Instituto Nacional de Telecomunicações*, 2005.
- 25 STÜBER, G. L. *Principle of Mobile Communication*. Nova York: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- 26 CHENG, J.; TELLAMBURA, C.; BEAULIEU, N. C. Performance Analysis of Digital Modulations on Weibull Fading Channels. *IEEE 58th Vehicular Technology Conference*, 2003.
- 27 SAGIAS, N. C. et al. On the Correlated Weibull Fading Model and Its Applications. *IEEE 62nd Vehicular Technology Conference*, 2005.
- 28 POLYANIN, A. D. *Laplace Transforms: Expressions with Bessel and Modified Bessel Functions*. 2005. <<http://eqworld.ipmnet.ru/en/auxiliary/inttrans/laplace8.pdf/>>. Acesso em 11-05-2016.
- 29 LOPES, W. A.; MADEIRO, F.; ALENCAR, M. de. Um Novo Método para o Cálculo da Probabilidade de Erro de Bit de Esquemas de Modulação QAM Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações*, 2004.
- 30 BREED, G. Bit Error Rate: Fundamental Concepts and Measurement Issues. *High Frequency Electronics*, 2003.